

El movimiento armónico simple

1. [Introducción](#)
2. [Movimiento Armónico Simple](#)
3. [Elementos del Movimiento Armónico Simple](#)
4. [Relación entre M A S y movimiento Circular Simple](#)
5. [Ecuaciones del Movimiento Armónico Simple](#)
6. [Péndulo Simple](#)
7. [Periodo de un péndulo](#)
8. [Aplicaciones del péndulo](#)
9. [Conclusión](#)
10. [Anexos](#)
11. [Bibliografía](#)

INTRODUCCIÓN

En la naturaleza hay muchos movimientos que se repiten a intervalos iguales de tiempo, estos son llamados movimientos periódicos. En Física se ha idealizado un tipo de movimiento oscilatorio, en el que se considera que sobre el sistema no existe la acción de las fuerzas de rozamiento, es decir, no existe disipación de energía y el movimiento se mantiene invariable, sin necesidad de comunicarle energía exterior a este. Este movimiento se llama *MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE (MAS)*

El movimiento Armónico Simple, un movimiento que se explica en el movimiento armónico de una partícula tiene como aplicaciones a los péndulos, es así que podemos estudiar el movimiento de este tipo de sistemas tan especiales, además de estudiar las expresiones de la Energía dentro del Movimiento Armónico Simple.

EL MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE

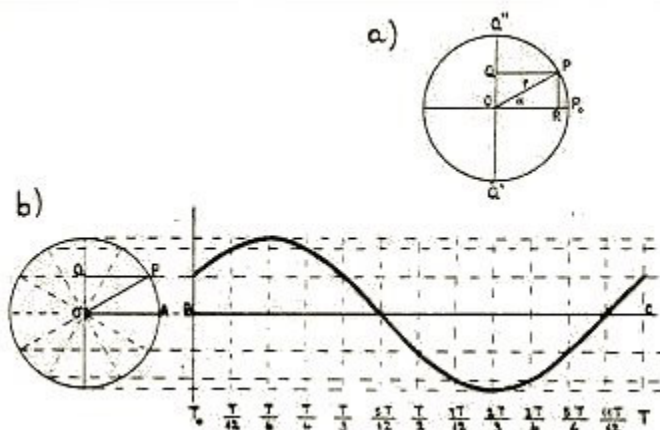
Definición: es un movimiento vibratorio bajo la acción de una fuerza recuperadora elástica, proporcional al desplazamiento y en ausencia de todo rozamiento.

Solemos decir que el sonido de una determinada nota musical se representa gráficamente por la función seno. Ésta representa un movimiento vibratorio llamado movimiento armónico simple, que es aquel que se obtiene cuando los desplazamientos del cuerpo vibrante son directamente proporcionales a las fuerzas causantes de este desplazamiento.

Un ejemplo de este movimiento se puede encontrar a partir del desplazamiento de un punto cualquiera alrededor de toda la longitud de una circunferencia.

Cuando un punto (P) recorre una circunferencia con velocidad uniforme, su proyección (Q) sobre cualquiera de los diámetros de esta, realiza un tipo de movimiento armónico simple. Cada vez que el punto se encuentre en uno de los cuatro cuadrantes de la circunferencia, se trazará una perpendicular desde el punto a un diámetro fijo de la circunferencia. A medida que el punto escogido se mueve a velocidad uniforme, el punto proyectado en el diámetro, realizará un movimiento oscilatorio rectilíneo.

Para representar gráficamente (en una función) el movimiento armónico simple de un punto, se toman como abscisas los tiempos medidos como fracciones del período ($T/12$, $T/6$, $T/4$...) que es el tiempo que este punto tarda en dar una vuelta completa a la circunferencia; y como a ordenadas las sucesivas prolongaciones del mismo. La resultante es una senoide, ya que la variación del tiempo t , se traduce como una variación del $\sin x$, donde x es el ángulo que forma el radio con el semi-eje positivo de abscisas (x es proporcional al tiempo).



Elementos:

1. *Oscilación o vibración:* es el movimiento realizado desde cualquier posición hasta regresar de nuevo a ella pasando por las posiciones intermedias.
2. *Elongación:* es el desplazamiento de la partícula que oscila desde la posición de equilibrio hasta cualquier posición en un instante dado.
3. *Amplitud:* es la máxima elongación, es decir, el desplazamiento máximo a partir de la posición de equilibrio.
4. *Periodo:* es el tiempo requerido para realizar una oscilación o vibración completa. Se designa con la letra "t".
5. *Frecuencia:* es el número de oscilación o vibración realizadas en la unidad de tiempo.
6. *Posición de equilibrio:* es la posición en la cual no actúa ninguna fuerza neta sobre la partícula oscilante.

Relación entre el M.A.S. y el Movimiento Circular Uniforme

El M.A.S. de un cuerpo real se puede considerar como el movimiento de la "proyección" (sombra que proyecta) de un cuerpo auxiliar que describiese un movimiento circular uniforme (-M.C.U.) de radio igual a la amplitud A y velocidad angular ω , sobre el diámetro vertical de la circunferencia que recorre.

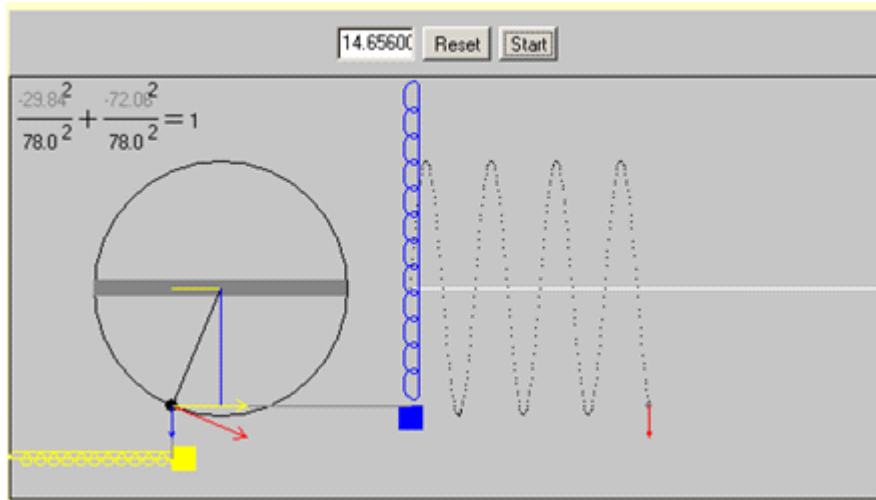
En lo siguiente podrás visualizar dicha relación.

Vamos a establecer una relación entre un movimiento vibratorio armónico simple y el movimiento circular uniforme. Esto nos va a permitir dos cosas:

- Hallar la ecuación del MAS sin tener que recurrir a cálculos matemáticos complejos.
- Conocer de donde vienen algunos de los conceptos que usamos en el MAS, como frecuencia angular o el desfase.

Observando el applet que viene a continuación. Tenemos inicialmente el resorte azul, que oscila verticalmente. En la circunferencia tienes un punto negro que gira con movimiento circular uniforme, ocupando en cada instante una posición en la circunferencia. Traza mentalmente la proyección de esa posición sobre el diámetro vertical de la circunferencia. En cada momento, la masa que cuelga del resorte ocupa una posición determinada. Observa que la posición de la masa del resorte coincide exactamente con la proyección de la posición del objeto sobre el diámetro, que verás en forma de línea azul en el diámetro vertical.

Es decir, como resumen, *cuando un objeto gira con movimiento circular uniforme en una trayectoria circular, el movimiento de la proyección del objeto sobre el diámetro es un movimiento armónico simple.*



Lo mismo podríamos decir del resorte amarillo y la proyección sobre el diámetro horizontal, que verás como un trazo amarillo sobre dicho diámetro.

Los vectores azul y amarillo, que varían en el applet, corresponden al valor de la velocidad del resorte, azul para diámetro vertical y amarillo para el horizontal. Observa su variación y comprobarás que la velocidad es máxima en el centro de equilibrio del resorte y mínima en los extremos, en los puntos de mínima y máxima elongación. Observa también como el vector rojo de la gráfica de la derecha, la velocidad del MAS, coincide con el vector azul, la velocidad de la proyección sobre el diámetro vertical, lo que supone una prueba más de lo que hemos afirmado anteriormente.

Ecuaciones del Movimiento Armónico Simple

Fórmulas:

$$x = A \cdot \cos \cdot w \cdot t$$

x = elongación

r = A = radio

t = tiempo

w = velocidad angular

$$V_x = - V \cdot \text{sen } \emptyset$$

$$V = w \cdot r$$

$$h = w \cdot t$$

w . t = V = Vector representativo de la velocidad lineal.

$V_x =$ proyección de "Y" sobre el eje "X"

$h =$ ángulo

$$V_x = -2\omega \cdot F \cdot A \cdot \text{sen}(2\theta)$$

$$V_x = +\omega^2 \cdot A^2 - x^2$$

$$A_x = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos \theta$$

$$A_x = -A_c \cdot \cos \theta$$

$A_c =$ proyección de aceleración sobre el eje horizontal

$$A_c = \omega^2 \cdot x$$

$A_c =$ aceleración centrípeta

$$t = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$T =$ periodo

Péndulo simple

Definición: es llamado así porque consta de un cuerpo de masa m , suspendido de un hilo largo de longitud l , que cumple las condiciones siguientes:

- el hilo es inextensible
- su masa es despreciable comparada con la masa del cuerpo
- el ángulo de desplazamiento que llamaremos θ debe ser pequeño

Como funciona: con un hilo inextensible su masa es despreciada comparada con la masa del cuerpo el ángulo de desplazamiento debe ser pequeño.

Hay ciertos sistemas que, si bien no son estrictamente sistemas sometidos a una fuerza tipo Hooke, si pueden, bajo ciertas condiciones, considerarse como tales. El péndulo simple, es decir, el movimiento de un grave atado a una cuerda y sometido a un campo gravitatorio constante, es uno de ellos.

Al colocar un peso de un hilo colgado e inextensible y desplazar ligeramente el hilo se produce una oscilación periódica. Para estudiar esta oscilación es necesario proyectar las fuerzas que se ejercen sobre el peso en todo momento, y ver que componentes nos interesan y cuales no. Esto se puede observar en la figura 13.1.

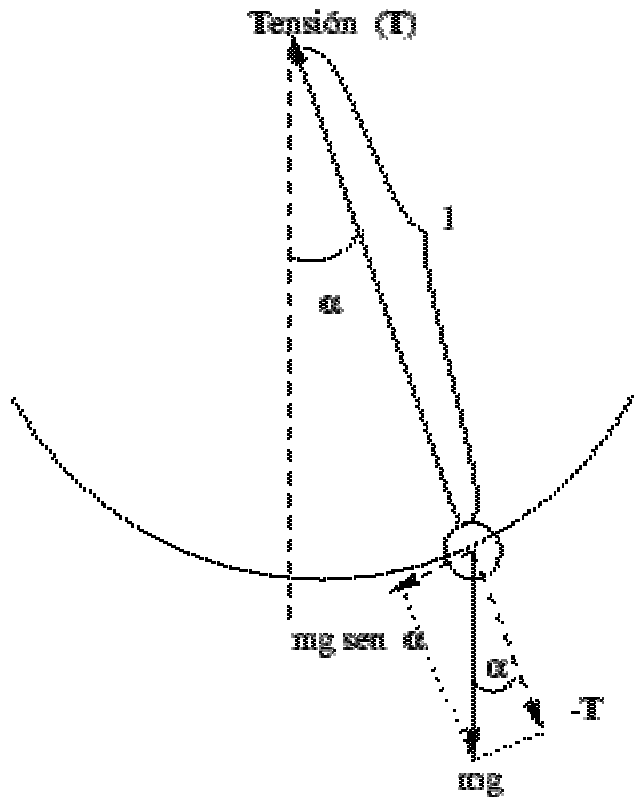


Figure 13.1: Descomposición de las fuerzas en un péndulo.

Vemos pues que, considerando únicamente el desplazamiento tangente a la trayectoria, es decir, el arco que se está recorriendo, podemos poner

$$m l \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + mg \sin(\alpha) = 0$$

Donde no hemos hecho sino aplicar la segunda ley de Newton. Esto se puede ver considerando que el

arco es $l \alpha$, como l es la longitud del hilo y es constante^{13.2}, la aceleración será $l \frac{d^2 \alpha}{dt^2}$. Por otra parte,

$$\sum \vec{F} = m \vec{a}$$

aplicando $\sum \vec{F} = m \vec{a}$, en este caso la fuerza es sólo la de la gravedad, mg , que se descompone en una componente, que se contrarresta con la tensión, más otra, que es la que hace que exista movimiento en la trayectoria marcada por el arco.

Esta ecuación diferencial no es nada fácil de resolver^{13.3} y por ello recurrimos a la aproximación siguiente:

$$\sin(\alpha) \approx \alpha$$

suponiendo que el ángulo que desplazamos es pequeño, tomamos que $\sin(\alpha) \approx \alpha$ y así tenemos que

$$\frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \frac{g}{l} \alpha = 0$$

$$m\ddot{x} + \frac{mg}{L}x = 0$$

Que a veces también se expresa como

Esta ecuación es absolutamente análoga a la de un movimiento armónico simple, y por tanto su solución también será (13.2) teniendo, únicamente, la precaución de sustituir el valor de ω antiguo por el que tiene ahora para un péndulo

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

A partir de aquí se pueden extraer todas las demás relaciones para un péndulo simple, el periodo, frecuencia, etc.

Período de un Péndulo

Período: Se define como el tiempo que se demora en realizar una oscilación completa. Para determinar el período se utiliza la siguiente expresión T/N° de Osc. (tiempo empleado dividido por el número de oscilaciones).

- 1) El periodo de un péndulo es independiente de su amplitud. Esto significa que si se tienen 2 péndulos iguales (longitud y masa), pero uno de ellos tiene una amplitud de recorrido mayor que el otro, en ambas condiciones la medida del periodo de estos péndulos es el mismo.
- 2) El periodo de un péndulo es directamente proporcional a la raíz cuadrada de su longitud. Esto significa que el periodo de un péndulo puede aumentar o disminuir de acuerdo a la raíz cuadrada de la longitud de ese péndulo.

Aplicaciones

Algunas aplicaciones del péndulo son la medición del tiempo, el metrónomo y la plomada.

Otra aplicación se conoce como Péndulo de Foucault, el cual se emplea para evidenciar la rotación de la Tierra. Se llama así en honor del físico francés Léon Foucault y está formado por una gran masa suspendida de un cable muy largo.

También sirve, puesto que un péndulo oscila en un plano fijo, como prueba efectiva de la rotación de la Tierra, aunque estuviera siempre cubierta de nubes: En 1851 Jean Leon Foucault colgó un péndulo de 67 metros de largo de la cúpula de los Inválidos en Paris (latitud $\approx 49^\circ$). Un recipiente que contenía arena estaba sujeto al extremo libre; el hilo de arena que caía del cubo mientras oscilaba el Péndulo señalaba la trayectoria: demostró experimentalmente que el plano de oscilación del péndulo giraba $11^\circ 15'$ cada hora y por tanto que la Tierra rotaba.

CONCLUSIONES

- El Movimiento Armónico Simple es un movimiento periódico en el que la posición varía según una ecuación de tipo senoidal o cosenoidal.
- La velocidad del cuerpo cambia continuamente, siendo máxima en el centro de la trayectoria y nula en los extremos, donde el cuerpo cambia el sentido del movimiento.
- El M.A.S. es un movimiento **acelerado no uniformemente**. Su **aceleración es proporcional al desplazamiento** y de signo opuesto a este. Toma su valor máximo en los extremos de la trayectoria, mientras que es mínimo en el centro.
- Podemos imaginar un M.A.S. como una proyección de un Movimiento Circular Uniforme. El desfase nos indica la posición del cuerpo en el instante inicial.

ANEXOS
ENUNCIADOS DE PROBLEMAS DEL M.A.S.

- 1.- Una masa de 400g unida a un resorte de $k = 100 \text{ N/m}$ realiza un M.A.S de amplitud 4 cm. **a)** Escribe la ecuación de su posición en función del tiempo, si empezamos a contarlo cuando la soltamos desde la posición extrema. **b)** Calcula el tiempo que tarda en pasar por primera vez por la posición de equilibrio. **c)** ¿Cuánto tarda en llegar desde la posición de equilibrio hasta una elongación de 2 cm? ¿Y desde 2 cm al extremo?. **d)** ¿Cual es la velocidad media para el recorrido que va desde el centro hasta el extremo de la oscilación?. **e)** ¿Será cero la velocidad media de una oscilación completa?
- 2.- Una partícula que oscila con M.A.S. describe un movimiento de amplitud de 10 cm y periodo 2 s. Cuando se encuentra 3 cm del origen tiene dos velocidades, Una mientras va hacia un extremo y otra cuando regresa. **a)** Calcula estas velocidades. **b)** Escribe la ecuación de la posición con un desfase, suponiendo que empezamos a contar el tiempo cuando está en ese punto (3cm).
- 3.- Una partícula de 10 Kg se mueve sobre el eje X hacia el origen sometida a una fuerza igual a $-40x$ (N), estando x expresada en metros. Si inicialmente se encuentra a 5 m del origen, con una velocidad de 15 m/s dirigida hacia el centro, calcula: **a)** La amplitud del movimiento. **b)** El instante en que pasa por primera vez por el origen.
- 4.- Un objeto realiza un movimiento armónico simple. Cuando se encuentra a 3 cm de la posición de equilibrio su velocidades es 6 m/s, mientras que si la distancia es de 5 cm, su velocidades es 2 m/s. Calcula la amplitud del movimiento.
- 5.- Un resorte de acero tiene una longitud de 8 cm, pero al colgar de su extremo libre una masa de 1 Kg, su longitud es de 14 cm. ¿Cuál será la frecuencia de oscilación de esa masa, cuando se desplaza verticalmente fuera de la posición de equilibrio? Nota: tomar $g = 9.8 \text{ m/s}^2$.
- 6.- Un punto material de 25 g describe un M.A.S. de 10 cm de amplitud y período de 1 s. En el instante inicial la elongación es máxima. Calcula: **a)** La velocidad máxima que puede alcanzar la citada masa. **b)** El valor de la fuerza recuperadora al cabo de un tiempo igual a 0.125 s .
- 7.- La energía total de un cuerpo que realiza un M.A.S. es de $3 \cdot 10^{-4}$ y la fuerza máxima que actúa sobre el es $1.5 \cdot 10^{-2} \text{ N}$. Si el periodo de las vibraciones es 2 s y la fase inicial 60° , determinar: **a)** La ecuación del movimiento de este cuerpo. **b)** Su velocidad y aceleración para $t = 0$.

BIBLIOGRAFÍA

A. P. Maiztegui - J. A. Sabato

“Introducción a la física”

Editorial Kapelus

Microsoft Corporation ®

“Encarta 2000”

http://www.xtec.es/centres/a8019411/caixa/movhar_es.htm

http://html.rincondelvago.com/movimiento-armonico-simple_3.html

<http://perso.wanadoo.es/cpalacio/mas2.htm>

<http://www.monografias.com/trabajos13/fiuni/fiuni.shtml>

<http://perso.wanadoo.es/cpalacio/mcu2.htm>

<http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/oscilaciones/circular/oscila1.htm>

<http://usuarios.lycos.es/pefeco/mas2/mas2.htm>

<http://es.wikipedia.org/wiki/P%C3%A9ndulo>

http://html.rincondelvago.com/movimiento-armonico-simple_3.html

vicmary saa portillo

vicma2009@hotmail.com

Maracay Diciembre del 2005