

Introducción a las Matemáticas Financieras

- [1. Introducción](#)
- [2. Matemáticas financieras](#)
- [3. El dinero](#)
- [4. Los Bancos](#)
- [5. Crédito](#)
- [6. Toma de decisiones \[URL 1\]](#)
- [7. Análisis de inversiones](#)
- [8. Valor del dinero en el tiempo](#)
- [9. Prohibidas: las Sumas y las Restas](#)
- [10. La Equivalencia](#)
- [11. Operación Financiera \[URL 6\]](#)
- [12. Introducción al costo de oportunidad y costo de capital](#)
- [13. Valoración de intereses](#)
- [14. Letra devuelta](#)
- [15. Letra de renovación](#)
- [16. Descuento de una remesa de efectos](#)
- [17. Crédito bancario, la póliza de crédito](#)
- [18. Flujos de caja libre](#)
- [19. Contabilidad versus Análisis Económico](#)
- [20. Solución de los problemas](#)
- [21. Interpolación](#)
- [Bibliografía](#)
- [URLs Consultados](#)
- [Referencias URL](#)

Desde el punto de vista matemático, la base de las **matemáticas financieras** la encontramos en la relación resultante de recibir una suma de dinero hoy (VA - **valor** actual) y otra diferente (VF - valor futuro) de mayor cantidad transcurrido un período. La diferencia entre VA y VF responde por el "valor" asignado por las personas al sacrificio de **consumo** actual y al **riesgo** que perciben y asumen al posponer el ingreso [URL 1].

1. Introducción

Nos dice Michael Parkin, en su obra **Macroeconomía**: «El dinero, el fuego y la rueda, han estado con nosotros durante muchos años. Nadie sabe con certeza desde cuándo existe -el dinero-, ni de cuál es su origen».

En forma similar nos acompaña la **matemática financiera**, cuya génesis está en el **proceso** de la transformación de la mercancía en dinero. Según la **teoría** del valor [URL 2]: el valor solo existe de forma objetiva en forma de dinero. Por ello, la riqueza se tiene que seguir produciendo como mercancía, en cualquier **sistema** social. Como el **sistema financiero** esta íntimamente ligado a las matemáticas financieras, describiremos escuetamente su origen [URL 9].

Por el año 1,368 - 1,399 D.C. aparece el papel moneda convertible, primero en **China** y luego en la **Europa** medieval, donde fue muy extendido por los orfebres y sus **clientes**. Siendo el **oro** valioso, los orfebres lo mantenían a buen recaudo en cajas fuertes. Como estas cajas de **seguridad** eran amplias los orfebres alquilaban a los artesanos y a otros espacios para que guardaran su oro; a **cambio** les giraban un recibo que daba derecho al depositante para reclamarlo a la vista. Estos recibos comenzaron a circular como medio de pago para comprar propiedades u otras mercancías, cuyo respaldo era el oro depositado en la caja fuerte del orfebre. En este proceso el orfebre se dio cuenta que su caja de caudales estaba llena de oro en custodia y le nace la brillante idea, de prestar a las personas "recibos de depósitos de oro", cobrando por sus **servicios** un **interés**; el oro seguiría en custodia y solo entregaba un papel en que anotaba la cantidad prestada; tomando como previsión el no girar recibos que excedieran su capacidad de respaldo. Se dio cuenta de que intermediando entre los artesanos que tenían capacidad de **ahorro** en oro y los que lo necesitaban, podía ganar mucho dinero. Así es la forma en que nació el actual **mercado de capitales**, sobre la base de un sistema financiero muy simple, de **carácter** intermediario.

2. Matemáticas financieras

La **Matemática** Financiera es una derivación de la matemática aplicada que estudia el valor del dinero en el **tiempo**, combinando el **capital**, la tasa y el tiempo para obtener un rendimiento o interés, a través de **métodos de evaluación** que permiten tomar decisiones de **inversión**. Llamada también **análisis de inversiones, administración de inversiones o ingeniería económica**.

Se relaciona multidisciplinariamente, con la **contabilidad**, por cuanto suministra en momentos precisos o determinados, **información** razonada, en base a **registros** técnicos, de las **operaciones** realizadas por un ente privado o público, que permiten tomar la decisión más acertada en el momento de realizar una inversión; con el **derecho**, por cuanto las **leyes** regulan las **ventas**, los instrumentos financieros, transportes terrestres y marítimos, **seguros**, corretaje, garantías y embarque de mercancías, la **propiedad** de los **bienes**, la forma en que se pueden adquirir, los **contratos** de compra **venta**, hipotecas, préstamos a interés; con la **economía**, por cuanto brinda la posibilidad de determinar los **mercados** en los cuales, un negocio o **empresa**, podrían obtener mayores beneficios económicos; con la **ciencia política**, por cuanto las **ciencias políticas** estudian y resuelven **problemas** económicos que tienen que ver con la **sociedad**, donde existen **empresas e instituciones** en manos de los gobiernos. Las matemáticas financieras auxilian a esta **disciplina** en la **toma de decisiones** en **cuento** a inversiones, **presupuestos**, ajustes económicos y negociaciones que beneficien a toda la **población**; con la **ingeniería**, que controla **costos de producción** en el proceso fabril, en el cual influye de una manera directa la determinación del **costo** y **depreciación** de los equipos industriales de **producción**; con la **informática**, que permite optimizar **procedimientos manuales** relacionados con movimientos económicos, inversiones y negociaciones; con la **sociología**, la matemática financiera trabaja con inversiones y proporciona a la **sociología** las **herramientas** necesarias para que las empresas produzcan más y mejores beneficios económicos que permitan una mejor **calidad de vida** de la sociedad y con las **finanzas**, disciplina que trabaja con **activos** financieros o títulos **valores** e incluyen **bonos, acciones** y préstamos otorgados por instituciones financieras, que forman parte de los elementos fundamentales de las matemáticas financieras.

Por ello, las matemáticas financieras son de aplicación eminentemente práctica, su estudio está íntimamente ligado a la resolución de problemas y ejercicios muy semejantes a los de la vida cotidiana, en el mundo de los **negocios**. Dinero y **finanzas** son indisolubles.

3. El dinero

*"El dinero es el equivalente general, la mercancía donde el resto de las mercancías expresan su valor, el espejo donde todas las mercancías reflejan su **igualdad** y su **proporcionalidad cuantitativa**" [URL 3].*

Según la **economía** habitual [URL 4], dinero es cualquier cosa que los miembros de una **comunidad** estén dispuestos a aceptar como pago de bienes y deudas, cuya **función** específica estriba en desempeñar la función de equivalente general. El dinero surgió espontáneamente en la remota antigüedad, en el proceso de **desarrollo** del cambio y de las formas del valor. A diferencia de las otras mercancías, el dinero posee la propiedad de ser directa y universalmente cambiable por cualquier otra mercancía.

"**Marx** procede en este terreno de modo distinto. Cuando analiza el trueque directo de mercancías descubre el dinero en forma germinal..." [URL 3].

3.1. Funciones del dinero

Formas concretas en que se manifiesta la esencia del dinero como equivalente general. En la economía mercantil desarrollada, el dinero cumple las cinco funciones siguientes:

- 1) medida del valor [URL 3] "Con el dinero podemos medir, por ejemplo, el **patrimonio** que tiene cada ciudadano. Y también podemos medir el **precio** de cada hora de **trabajo social** medio. De manera que si expresamos el valor del patrimonio **personal** en dinero, después debemos expresar este dinero en horas de **trabajo**..."
- 2) medio de circulación,
- 3) medio de acumulación o de atesoramiento,
- 4) medio de pago y

5) dinero mundial.

Siendo su función elemental la de intermediación en el proceso de cambio. El hecho de que los bienes tengan un precio proviene de **los valores** relativos de unos bienes con respecto a otros.

3.2. Tipos de dinero

Dinero – mercancía: Consiste en la utilización de una mercancía (oro, sal, cueros) como medio para el intercambio de bienes. La mercancía elegida debe ser: duradera, transportable, divisible, homogénea, de **oferta** limitada.

Dinero – signo: Billetes o monedas cuyo valor extrínseco, como medio de pago, es superior al valor intrínseco. El dinero signo es aceptado como medio de pago por imperio de la **ley** que determina su circulación (curso legal). El dinero signo descansa en la confianza que el público tiene en que puede utilizarse como medio de pago generalmente aceptado.

Dinero – giral: Representado por los depósitos bancarios.

La transformación del dinero en capital [URL 3]

"El dinero se transforma en capital cuando con él compramos los factores **objetivos** y los factores subjetivos para producir riqueza. Los factores objetivos son los **medios** de producción y los factores subjetivos son la **fuerza** de trabajo. Por lo tanto, el dinero como capital se diferencia del dinero como simple dinero por la **clase** peculiar de mercancías que compra: medios de producción y fuerza de trabajo. La economía convencional sólo capta el dinero como medio de cambio, y el dinero que funciona como capital igualmente lo capta como medio de cambio. Y es cierto que el dinero que circula como capital funciona como medio de cambio. La diferencia no estriba, por lo tanto, en la función que desempeña en el **mercado**, sino en la clase de mercancías que se compra con él. El dinero como simple dinero se emplea como medio de cambio de medios de consumo personal, mientras que el dinero como capital se emplea como medio de cambio de medios de producción y de fuerza de trabajo"...

3.3. Sistemas monetarios

Un sistema monetario es un conjunto de disposiciones que reglamentan la circulación de la moneda de un país.

Tradicionalmente, los países eligieron el oro y la plata como la base de un sistema monetario mono metalista. Cuando adoptaron ambos **metales** a la vez, se trataba de un sistema bi-metalista. Actualmente todas las **divisas** (dólar, Euro, yen, etc.) son dinero fiduciario.

En épocas de inflación, la gente trata de desprenderse inmediatamente del dinero que se desvaloriza y de retener aquellos bienes que conservan su valor.

3.4. Los **bancos** y el dinero bancario

El dinero bancario está constituido por los depósitos en los bancos, cajas de ahorro, compañías financieras o cajas de **crédito**.

Los bancos reciben depósitos de sus clientes y conceden préstamos a las familias y a las empresas. El **volumen** de los préstamos concedidos es superior al de los depósitos que mantienen sus clientes.

4. Los Bancos

*Al parecer, la palabra "**banco**" procede de los que utilizaban los cambistas para trabajar en las plazas públicas en las ciudades italianas medievales. El oficio de cambista era entonces una profesión muy especializada que requería amplios conocimientos ya que las docenas de pequeños Estados existentes entonces mantenían en circulación centenares de diferentes monedas que eran aceptadas para el **comercio**, no por su valor facial, sino por el peso y ley del metal en que se acuñaban y que sólo un experto discernimiento podía establecer [URL 4].*

Evolución histórica. Como señalábamos en la **introducción**, estas instituciones nacen en la Europa medieval, en las Repúblicas aristocráticas italianas, Venecia, Génova, Florencia, a mediados del siglo XII con la finalidad de prestar servicios de depósito. Al multiplicarse los bancos, amplían sus operaciones, agregan la emisión de certificados, antecedentes de nuestros actuales billetes.

Juan Fugger fue el iniciador en **Alemania** de una **familia** de banqueros y comerciantes que unió su destino empresarial a la corona. Se constituyó en el prestamista de Carlos V. Desde **Italia** la

prominencia comercial y bancaria pasó a Holanda y al norte de Europa.

En 1605 nace el Banco de Amsterdam, primer banco moderno que no tuvo como todos los bancos italianos carácter de sociedad familiar o personal. Integrado por comerciantes a causa de la ubicación geográfica de su ciudad y puerto, fue un factor de primer orden para la economía de Holanda y Alemania.

El Banco de **Inglaterra** fundado en 1694, como consecuencia de los préstamos que otorga, el **gobierno** le autorizó a emitir billetes.

4.1. Clases de bancos

4.1.1. Según el origen del capital

Bancos públicos: El capital es aportado por **el estado**.

Bancos privados: El capital es aportado por accionistas particulares.

Bancos mixtos o Banca Asociada: Su capital proviene de aportes privados y estatales.

4.1.2. Según el tipo de operación

Bancos corrientes: Los más comunes, sus operaciones habituales incluyen depósitos en cuenta corriente, caja de ahorro, préstamos, cobranzas, pagos y cobranzas por **cuentas** de terceros, custodia de **títulos y valores**, alquileres de cajas de seguridad, financiación, etc.

Bancos especializados: Tienen una finalidad crediticia específica (Bancos Hipotecarios, Banco Industrial, Banco Agrario).

Bancos de emisión: Actualmente representados por bancos oficiales.

Bancos Centrales: Son las casas bancarias de categoría superior que autorizan el funcionamiento de entidades crediticias, las supervisan y controlan.

4.2. Sistema Bancario

4.2.1. Banco Central

Es la **autoridad** monetaria por excelencia en cualquier país que tenga desarrollado su sistema financiero. Es una institución casi siempre estatal que tiene la función y la obligación de dirigir la **política monetaria** del gobierno.

Funciones.

- Emisión de moneda de curso legal con carácter exclusivo.
- Es el «banco de los bancos». Los bancos comerciales tienen una cuenta corriente en el Banco Central de igual forma que los individuos tienen las suyas en los comerciales.
- Es el asesor financiero del gobierno y mantiene sus principales cuentas.
- Es el encargado de custodiar las reservas de divisas y oro del país.
- Es el prestamista en última instancia de los bancos comerciales.
- Determina la relación de cambio entre la moneda del país y las monedas extranjeras.
- Maneja la **deuda pública**.
- Ejecuta y controla la **política financiera** y bancaria del país.

4.2.2. Bancos Comerciales

Dedicados al negocio de recibir dinero en depósito, los cuales los presta, sea en forma de mutuo, de descuento de **documentos** o de cualquier otra forma. Son considerados además todas las operaciones que natural y legalmente constituyen el giro bancario.

-

Funciones.

- Aceptar depósitos.
- Otorgar adelantos y préstamos.

Los depósitos (pasivos) son deudas del banco hacia el público, por las cuales el banco paga un interés. Los préstamos (activos) son deudas del público al banco, por ellos el banco recibe un interés, la diferencia entre ambos constituye la ganancia (spread) que les otorga la actividad de intermediarios financieros.

4.3. Componentes del dinero y creación monetaria

Dinero son los billetes y monedas de circulación legal en un país, en **poder** del público, más los depósitos bancarios en cuenta corriente movilizadas mediante el **cheque**.

O sea, el primer componente es el dinero en efectivo, el segundo es el denominado «dinero bancario» originado en la práctica de los negocios.

Los depósitos en cuenta corriente son denominados «depósitos a la vista» y son los que guardan mayor relación con el dinero en efectivo. En los países de elevado **desarrollo económico-financiero**, la masa de **cheques** en circulación representa una proporción muy significativa respecto del total monetario.

Los depósitos «a plazo» (cajas de ahorro, cuentas especiales, plazo fijo) poseen distintos grados de convertibilidad líquida.

Desde el punto de vista de la creación monetaria, existen dos tipos de dinero:

- Base monetaria o dinero primario (emitido por la autoridad financiera, BCR).
- Dinero secundario (inyectado por los bancos a través del poder adquisitivo generado por los préstamos).

Las entidades financieras tienen facultad de dar **créditos** hasta un determinado porcentaje de los depósitos captados. La autoridad monetaria establece una reserva obligatoria (efectivo mínimo o encaje), el resto puede ser afectado a operaciones de crédito.

Un cheque **no es dinero**, sino simplemente una orden a un banco para transferir una determinada cantidad de dinero, que estaba depositada en él.

Los depósitos no son una forma visible o tangible de dinero, sino que consisten en un asiento contable en las cuentas de los bancos.

En los países con un sistema financiero desarrollado, los billetes y las monedas representan una pequeña parte del total de la oferta monetaria.

4.4. La creación del dinero bancario

El dinero otorga a su poseedor capacidad de compra. Ese dinero puede ser creado de dos maneras:

- Por emisión, dispuesta por la entidad autorizada en cada país (BCR).

- Por los préstamos que otorgan las entidades financieras.

Dado que los depósitos bancarios son convertibles en dinero líquido, los bancos tienen que asegurarse de que en todas las circunstancias se encuentren en posición de hacer frente a las demandas de liquidez (billetes y monedas) por parte de sus depositantes.

La práctica bancaria **muestra** que el uso generalizado de cheques significa que cada día sólo un pequeño porcentaje de los depósitos bancarios son convertidos en dinero efectivo y esos retiros son compensados con los **ingresos** de efectivo que otras personas realizan. De esta forma, los banqueros han comprobado que pueden crear depósitos bancarios por encima de sus reservas líquidas.

Las **reservas líquidas legalmente requeridas o encaje bancario** es la fracción de depósitos que los bancos deben mantener como reservas.

Si en un determinado momento todos los clientes de un banco quisieran a la vez retirar sus depósitos, el banco no podría atender todas las peticiones.

Activos financieros

Los activos pueden ser:

- **Reales:** tienen valor por sí mismos (mercaderías, muebles).
- **Financieros:** tienen valor por lo que representan (billetes, depósitos bancarios).

a. Efectivo: activo financiero líquido por excelencia.

b. Depósitos bancarios: tienen mayor o menor liquidez según sean a la vista o a término.

c. Títulos valores:

-
- Acciones: títulos emitidos por las **sociedades** de capital a favor de sus socios, para acreditar su condición de tales.
- Pagarés: promesas de pago emitidas por una **persona** (librador) a favor de otra (beneficiario).
- Letras de cambio: órdenes de pago emitidas por un librador a favor de un beneficiario y a cargo de otra persona.

- Títulos de deuda, públicos y privados: sus titulares pasan a ser acreedores del ente emisor de aquellos. Reciben una renta fija.

5. Crédito

Término utilizado en el comercio y finanzas para referirse a las transacciones que implican una transferencia de dinero que debe devolverse transcurrido cierto tiempo. Por tanto, el que transfiere el dinero se convierte en acreedor y el que lo recibe en deudor; los términos crédito y deuda reflejan pues una misma transacción desde dos puntos de vista contrapuestos. Finalmente, el crédito implica el cambio de riqueza presente por riqueza futura.

5.1. Clases de crédito

5.1.1. Según el origen:

- a. Créditos comerciales, son los que los fabricantes conceden a otros para financiar la producción y **distribución** de bienes; créditos a la inversión, demandados por las empresas para financiar la adquisición de bienes de equipo, las cuales también pueden financiar estas inversiones emitiendo bonos, pagarés de empresas y otros instrumentos financieros que, por lo tanto, constituyen un crédito que recibe la empresa;
- b. Créditos bancarios, son los concedidos por los bancos como préstamos, créditos al consumo o créditos personales, que permiten a los individuos adquirir bienes y pagarlos a plazos;
- c. Créditos hipotecarios, concedidos por los bancos y entidades financieras autorizadas, contra garantía del bien inmueble adquirido;
- d. Créditos contra emisión de deuda pública. Que reciben los gobiernos centrales, regionales o locales al emitir deuda pública;
- e. Créditos internacionales, son los que concede un gobierno a otro, o una institución internacional a un gobierno, como es el caso de los créditos que concede el **Banco Mundial**.

5.1.2. Según el destino:

De producción: Crédito aplicado a la **agricultura, ganadería, pesca, comercios, industrias y transporte** de las distintas actividades económicas.

De consumo: Para facilitar la adquisición de bienes personales.

Hipotecarios, destinados a la compra de bienes inmuebles,

5.1.3. Según el plazo:

A corto y mediano plazo: Otorgados por Bancos a **proveedores de materia prima** para la producción y consumo.

A largo plazo: Para viviendas familiares e inmuebles, equipamientos, maquinarias, etc.

5.1.4. Según la garantía:

Personal. Créditos a sola firma sobre sus antecedentes personales y comerciales.

Real (hipotecas). Prendarias cuando el acreedor puede garantizar sobre un objeto que afecta en beneficio del acreedor.

5.2. ¿Cómo está dividido y cuál es la finalidad de una cartera de créditos? [URL 5]

La cartera de créditos está dividida en: créditos comerciales, créditos a micro empresas (MES), créditos de consumo y créditos hipotecarios para vivienda. Los créditos comerciales y de micro empresas son otorgados a personas naturales o personas jurídicas y los créditos de consumo y créditos hipotecarios para vivienda son sólo destinados a personas naturales. Por lo demás los créditos comerciales, de micro empresas y de consumo, incluyen los créditos otorgados a las personas jurídicas a través de **tarjetas** de créditos, operaciones de **arrendamiento financiero** o cualquier otra forma de **financiamiento** que tuvieran fines similares a los de estas clases de créditos.

- a. Créditos comerciales: Son aquellos que tienen por finalidad financiar la producción y **comercialización** de bienes y servicios en sus diferentes fases.

- b. Créditos a las Micro Empresas (MES): Son aquellos créditos destinados al financiamiento de actividades de producción, comercio o prestación de servicios siempre que reúnan éstas dos características:
- Que el **cliente** cuente con un total de activos que no supere o sea equivalente a los US \$ 20,000. Para éste **cálculo** no toman en cuenta los inmuebles del cliente.
 - El endeudamiento del cliente en el sistema financiero no debe exceder de US \$ 20,000 o su equivalente en moneda nacional. Cuando se trate de personas naturales su principal fuente de ingresos deberá ser la realización de actividades empresariales, por lo que no consideran en ésta categoría a las personas cuya principal fuente de ingresos provienen de rentas de quinta categoría.
- c. Créditos de consumo: Son créditos que tienen como propósito atender el pago de bienes, servicios o **gastos** no relacionados con una actividad empresarial.
- d. Créditos hipotecarios para vivienda: Son aquellos créditos destinados a la adquisición, **construcción**, refacción, remodelación, ampliación, mejoramiento y subdivisión de vivienda propia, siempre que tales créditos sean otorgados amparados con hipotecas debidamente inscritas, pudiendo otorgarse los mismos por el sistema convencional de préstamo hipotecario, de letras hipotecarias o por cualquier otro sistema de similares características.

5.3. ¿Cómo es clasificado un deudor? [URL 5]

La clasificación del deudor está determinada principalmente por su capacidad de pago, definida por el flujo de fondos y el grado de cumplimiento de sus **obligaciones**. Si un deudor es responsable de varios tipos de créditos con una misma empresa, la clasificación estará basada en la categoría de mayor riesgo. En caso que la **responsabilidad** del deudor en dos o más empresas financieras incluyen obligaciones que consideradas individualmente resulten con distintas clasificaciones, el deudor será clasificado a la categoría de mayor riesgo que le haya sido asignada por cualquiera de las

empresas cuyas deudas representen más del 20% en el sistema, considerándose para dicho efecto la última información disponible en la central de riesgo.

5.4. ¿En que categorías es clasificado un deudor de la cartera de créditos? [URL 5]

Cada deudor que es responsable de uno o varios tipos de créditos será clasificado de acuerdo a las siguientes categorías:

- Categoría Normal (0)
- Categoría con problemas Potenciales (1)
- Categoría Deficiente (2)
- Categoría Dudoso (3)
- Categoría Pérdida (4)

5.5. ¿Qué criterios son asignados en cada una de las categorías al clasificarse a un deudor de un crédito comercial? [URL 5]

Para determinar la clasificación en este tipo de crédito deberá considerarse fundamentalmente el análisis del flujo de fondos del deudor. Adicionalmente **la empresa** del sistema financiero considerará si el deudor tiene créditos vencidos y/o en cobranza judicial en la empresa y en otras empresas del sistema, así como la posición de la actividad económica del deudor y la **competitividad** de la misma, lo que en suma determinará las siguientes categorías:

- a. Si el deudor es clasificado en categoría Normal (0), esto significa que es capaz de atender holgadamente todos sus compromisos financieros, es decir, que presenta una situación financiera líquida, bajo nivel de endeudamiento patrimonial y adecuada **estructura** del mismo con relación a su capacidad de generar utilidades, cumple puntualmente con el pago de sus obligaciones, entendiéndose que el cliente los cancela sin necesidad de recurrir a nueva financiación directa o indirecta de la empresa.
- b. Si la clasificación está en la categoría con Problemas Potenciales (1), esto significa que el deudor puede atender la totalidad de sus obligaciones financieras, sin embargo existen situaciones que no son controladas o corregidas en su

oportunidad, podrían comprometer la capacidad futura de pago del deudor. Los flujos de fondos del deudor tienden a debilitarse y se presentan incumplimientos ocasionales y reducidos.

- c. Si es clasificado en categoría Deficiente (2), esto quiere decir que el deudor tiene problemas para atender normalmente la totalidad de sus compromisos financieros, que de no ser corregidos pueden resultar en una pérdida para la empresa del sistema financiero. En este caso el deudor presenta una situación financiera débil y un nivel de flujo de fondos que no le permite atender el pago de la totalidad del capital y de los intereses de las deudas, pudiendo cubrir sólo estos últimos y además incumplimientos mayores a 60 días y que no exceden de 120 días.
- d. La categoría Dudoso (3), significa que es altamente improbable que el deudor pueda atender a la totalidad de sus compromisos financieros. El deudor no puede pagar ni capital ni intereses, presentando una situación financiera crítica y muy alto nivel de endeudamiento, con incumplimientos mayores a 120 días y que no exceden de 365 días.
- e. Si la clasificación es considerada en categoría Pérdida (4), esto quiere decir que las deudas son consideradas incobrables pese a que pueda existir un valor de recuperación bajo en el futuro. El deudor ha suspendido sus pagos, siendo posible que incumpla eventuales acuerdos de reestructuración. Además, se encuentra en estado de insolvencia decretada, ha pedido su propia quiebra, presentando incumplimientos mayores a 365 días.

6. Toma de decisiones [URL 1]

La unidad para la toma de decisiones es una persona o una organización pública o privada a través de sus autoridades y gerentes respectivamente.

En el mundo real, las situaciones por resolver son múltiples y variadas y para solucionarlos los recursos son escasos. Las disciplinas que ayudan a tomar decisiones son la Economía y la Administración. Entre varias alternativas de solución obviamente optaremos por la mejor de ellas. La unidad para la toma de

decisiones es una persona u organización pública o privada a través de sus autoridades y gerentes respectivamente.

Por lo general todo problema tiene los siguientes elementos: la unidad que toma la decisión, las **variables** controlables (internas o endógenas), las variables no controlables (del entorno o exógenos), las alternativas, la carencia de recursos y la decisión en sí misma que llevan a escoger alternativas más eficientes y óptimas o que produzcan resultados beneficiosos.

7. Análisis de inversiones

*En un sentido amplio **inversión**, es el flujo de dinero orientada a la creación o **mantenimiento** de bienes de capital y a la realización de **proyectos** supuestamente rentables.*

Conocemos al análisis de inversiones también como Matemáticas Financieras, **Administración** de Inversiones o Ingeniería Económica. El análisis de inversiones emplea como **concepto** fundamental la **tasa de interés**, con el que obtenemos elementos para efectuar infinidad de análisis de tipo económico-financiero, principalmente para:

1. Establecer el exacto costo de la alternativa de financiación o verdadera **rentabilidad** de la inversión.
2. Organizar planes de financiamiento en negocios de venta a crédito o a plazos.
3. Elegir planes más adecuados para la liquidación de obligaciones, según los criterios de liquidez y rentabilidad.
4. Determinar el costo de capital
5. Elegir las alternativas de inversión más apropiadas a corto y largo plazo.
6. Elegir entre alternativas de **costos**.

7.1. Estudio de la rentabilidad de inversiones [URL 1]

Para entender este tema es necesario aceptar tres niveles de comprensión:

El conceptual tiene que ver con los conceptos básicos de interés, tasa de interés, equivalencia y los métodos para la toma de decisiones.

El operativo instrumental referido al **empleo** de fórmulas y funciones financieras de **hojas de cálculo** como **Excel**.

El situacional comprende la **descripción** de la realidad. Puede ser: las cláusulas de un **contrato** o **pagaré**; es decir, un escenario a cambiar y para el cual contamos con varias alternativas de solución.

8. Valor del dinero en el tiempo

*Uno de los **principios** más importantes en todas las finanzas.*

El dinero es un activo que cuesta conforme transcurre el tiempo, permite comprar o pagar a **tasas de interés** periódicas (diarias, semanales, mensuales, trimestrales, etc.). Es el proceso del **interés compuesto**, los intereses pagados periódicamente son transformados automáticamente en capital. El interés compuesto es fundamental para la comprensión de las matemáticas financieras.

Encontramos los conceptos de valor del dinero en el tiempo agrupados en dos áreas: valor futuro y valor actual. El valor futuro (VF) describe el proceso de crecimiento de la inversión a futuro a un interés y períodos dados. El valor actual (VA) describe el proceso de flujos de dinero futuro que a un descuento y períodos dados representa valores actuales [URL 1].

Ejemplos: De las siguientes opciones ¿Cuál elegiría?

1. Tener UM 10 hoy u
2. Obtener UM 10 dentro de un año

Ambas 100% seguras

Indudablemente, cualquier persona sensata elegirá la primera, UM 10 valen más hoy que dentro de un año.

1. Tener UM 10 hoy u
2. Obtener UM 15 dentro de un año

Ambas 100% seguras.

Elección más difícil, la mayoría elegiría la segunda. Contiene un «premio por esperar» llamada tasa de interés, del 50%.

Generalmente en el mercado, esta tasa de interés lo determina el libre **juego** de la oferta y demanda.

Otro Ejemplo:

Un préstamo de UM 20,000 con 18% de interés anual para su uso durante los próximos cuatro años.

1º Año del préstamo UM 20,000

18% costo del capital 3,600 FDA 23,600

2º Año del préstamo UM 23,600

18% costo del capital 4,248 FDA 27,848

3º Año del préstamo UM 27,848

18% costo del capital 5,013 FDA 32,861

4º Año del préstamo UM 32,861

18% costo del capital 5,915 FDA 38,776

FDA: Fin de año

Aplicando al ejemplo el concepto de valor del dinero en el tiempo, vemos que UM 20,000 actuales tienen un valor en el tiempo de UM 23,600 pasado un año, 27,848 dos años después y, 38,776 pasado cuatro años. Inversamente el valor de UM 38,776 a cuatro años vista es UM 20,000 en la actualidad.

Los cálculos del valor del dinero en el tiempo lo efectuamos con 18% de costo anual, podría haberse calculado a tasa mayor o menor, pero este costo nunca será cero. En nuestro ejemplo el valor del dinero en el tiempo de UM 20,000 al final de cuatro años es UM 38,776, evaluando al 18% de costo de capital anual.

El proceso recíproco del interés compuesto es el valor futuro o «descontando el futuro», análogamente el VA reconoce tasas de rendimiento en todas las transacciones de dinero. El prestatario y el prestamista son dos partes de la misma transacción. El prestamista espera recibir UM 32,861 tres años después; no obstante, el valor actual de ese ingreso es sólo UM 20,000. Esto quiere decir, que el valor futuro de UM 32,861 **descontado** al presente es UM 20,000 al 18% de interés. El descuento es simplemente el reconocimiento del valor cronológico del dinero.

El factor tiempo juega papel decisivo a la hora de fijar el valor de un capital. No es lo mismo disponer de UM 10,000 hoy que dentro de un año, el valor del dinero cambia como consecuencia de:

1. La inflación.
2. La oportunidad de invertirlos en alguna actividad, que lo proteja de la inflación y al mismo tiempo produzca rentabilidad.
3. Riesgo de crédito.

Si la alternativa fuera recibir los UM 10,000 al final de un año, nosotros aceptaríamos la propuesta a condición de recibir una suma adicional que cubra los tres elementos indicados. Dicho esto, concluimos en que el dinero produce más dinero, o más claramente genera riqueza.

Ejemplo:

¿Me prestaría alguien UM 3,000 hoy, a condición de devolverle UM 3,000 dentro de un año? Si dicen no, quiere decir que los UM 3,000 dentro de un año no son los mismos a los actuales. Si piden devolver UM 3,450, esta suma al final de un año será el valor cronológico de UM 3,000 en la actualidad, en este caso, el valor del dinero ha sido evaluado al 15% anual.

9. Prohibidas: las Sumas y las Restas

Las cantidades sólo pueden sumarse o restarse cuando ocurre en el mismo momento.

En las matemáticas financieras están prohibidas las sumas y las restas, veamos esto con un ejemplo: tomemos seis pagos anuales de UM 100 al 12% de interés anual.

Cada UM 100 vale únicamente este valor en su momento en la **escala** temporal, en cualquier otro momento, su valor es distinto. No es posible sumar los UM 100 al final del año 3 a los UM 100 del final del año 5. Primero calculamos el valor cronológico en el año 5, o sea, convertimos la cifra a fin que corresponda al año 5, antes que la suma tenga sentido. Al 12% de interés anual: $n = 2 (5-3)$.

$$VF = 100 (1 + 0.12)^2 = \text{UM } 125.44$$

Luego la suma de los dos gastos en el año 2 será $125.44 + 100 = \text{UM } 225.44$ y no $\text{UM } 200$. Es decir: Las cantidades sólo pueden sumarse o restarse cuando ocurren en el mismo momento (de tiempo). Los montos diferentes deben transformarse primeramente en equivalentes de un mismo momento, de acuerdo con el valor del dinero en el tiempo, antes de que puedan sumarse o restarse (o manipularse en alguna otra forma).

Volviendo al ejemplo, podríamos decir, que haremos seis pagos iguales a fines de año por $\text{UM } 600$, durante los próximos seis años, lo cual es correcto, pero en ningún caso esto significa evaluación de ellos.

10. La Equivalencia

*Es un concepto de mucha importancia en el ámbito financiero; utilizado como **modelo** para simplificar aspectos de la realidad [URL 1].*

Dos sumas son equivalentes (no iguales), cuando resulta indiferente recibir una suma de dinero hoy (VA - valor actual) y recibir otra diferente (VF - valor futuro) de mayor cantidad transcurrido un período; expresamos este concepto con la fórmula general del interés compuesto:

Fundamental en el análisis y evaluación financiera, esta fórmula, es la base de todo lo conocido como Matemáticas Financieras.

Hay dos reglas básicas en la preferencia de liquidez, sustentadas en el sacrificio de consumo [URL 6]:

1. Ante dos capitales de igual valor en distintos momentos, preferiremos aquel más cercano.
2. Ante dos capitales presentes en el mismo momento pero de diferente valor, preferiremos aquel de importe más elevado.

La preferencia de liquidez es subjetiva, el mercado de capitales le da un valor **objetivo** a través del precio que fija a la transacción financiera con la **tasa de interés**.

Para comparar dos capitales en distintos instantes, hallaremos el equivalente de los mismos en un mismo momento, y para ello utilizamos las fórmulas de las matemáticas financieras.

Como vimos, no es posible sumar unidades monetarias de diferentes períodos de tiempo, porque no son iguales. Cuando expusimos el concepto de inversión, vimos que la persona ahorra o invierte UM 10 para obtener más de UM 10 al final de un período, determinamos que invertirá hasta cuando el excedente pagado por su dinero, no sea menor al valor asignado al sacrificio de consumo actual, es decir, a la tasa a la cual está dispuesta a cambiar consumo actual por consumo futuro.

Equivalencia no quiere decir ausencia de **utilidad** o costos; justamente ésta permite cuantificar el beneficio o pérdida que significa el sacrificio de llevar a cabo una operación financiera.

Un modelo matemático representativo de estas ideas, consiste en la siguiente ecuación:

$$VF = VA + \text{compensación por aplazar consumo}$$

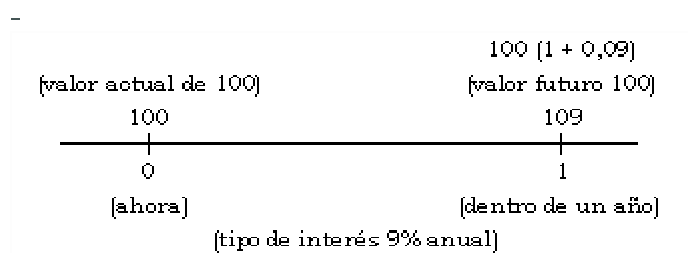
Donde:

VF = Suma futura poseída al final de n períodos, Valor Futuro.

VA = Suma de dinero colocado en el período 0, Valor Actual.

El valor actual (VA) es equivalente a mayor cantidad en fecha futura (VF), siempre y cuando la tasa de interés sea mayor a cero.

Diagrama de equivalencia de capitales



Al cabo de un año UM 100 invertido al 9% anual, es UM 109.

Entonces decimos: el **valor futuro** de UM 100 dentro de un año, al 9% anual, es UM 109. En otras palabras: **el valor actual** de UM 109 dentro de un año, al 9% anual, es UM 100.

Es decir UM 100 es equivalente a UM 109 dentro de un año a partir de hoy cuando la tasa de interés es el 9% anual. Para una tasa de

interés diferente al 9%, UM 100 hoy no es equivalente a UM 109 dentro de un año.

Aplicamos el mismo razonamiento al determinar la equivalencia para años anteriores.

UM 100 hoy es equivalente a $UM\ 100 / 1.09 = UM\ 91.74$, es decir: UM 91.74 hace un año (anterior), UM 100 hoy y UM 109 dentro de un año (posterior) son equivalentes entre sí al 9% de capitalización o descuento. Con esto establecemos que:

$$\frac{UM\ 100}{UM\ 91.74} = 1.09\% \text{ anual} \quad \frac{UM\ 109}{UM\ 100} = 1.09\% \text{ anual}$$

Estas tres sumas de dinero son equivalentes al 9% de interés anual, diferenciado por un año.

Las fórmulas financieras que permiten calcular el equivalente de capital en un momento posterior, son de **Capitalización Simple o Compuesta**, mientras aquellas que permiten calcular el equivalente de capital en un momento anterior las conocemos como fórmulas de **Descuento Simple o Compuesto**. Estas fórmulas permiten también sumar o restar capitales en distintos momentos.

Desarrollamos ampliamente el concepto de equivalencia cuando tratamos las clases de interés.

11. Operación Financiera [URL 6]

Entendemos por operación financiera el reemplazo de uno o más capitales por otro u otros equivalentes en distintos momentos de tiempo, mediante la aplicación del **interés simple** y compuesto.

Cualquier operación financiera es un conjunto de flujos de caja (cobros y pagos) de signo opuesto y distintas cuantías que ocurren en el tiempo. Así, por ejemplo, la concesión de un préstamo por parte de una entidad bancaria a un cliente supone para este último un cobro inicial (el importe del préstamo) y unos pagos periódicos (las cuotas) durante el tiempo que dure la operación. Por parte del banco, la operación implica un pago inicial único y unos cobros periódicos.

La realización de una operación financiera implica, el cumplimiento de tres puntos:

1º. Sustitución de capitales. Ha de existir un intercambio de un(os) capital(es) por otro(s).

2º. Equivalencia. Los capitales han de ser equivalentes, es decir, debe resultar de la aplicación del interés simple o compuesto.

3º. Aplicación del interés simple o compuesto. Debe existir acuerdo sobre la forma de determinar el importe de todos y cada uno de los capitales que conforman la operación.

11.1. Componentes

11.1.1. Personales

En una operación financiera básica intervienen un sujeto (acreedor) que pone a disposición de otra (deudor) uno o más capitales y que posteriormente lo recupera incrementado, es decir, el principal más los intereses.

La **acción** de entregar por parte del acreedor y de recibir por parte del deudor es la **prestación de la operación** financiera. La operación concluirá cuando el deudor termine de entregar al acreedor el capital (más los intereses); esta actuación por ambas partes es la **contraprestación de la operación** financiera.

En toda operación financiera las cantidades entregadas y recibidas por cada una de las partes no coinciden. El aplazamiento (o adelantamiento) de un capital en el tiempo supone la producción de intereses que formarán parte de la operación y que habrá que considerar y cuantificar. Por tanto, prestación y contraprestación nunca son aritméticamente iguales. No obstante, habrá una ley financiera que haga que resulten financieramente equivalentes, es decir, que si valorásemos prestación y contraprestación en el mismo momento, con la misma ley y con el mismo porcentaje, entonces sí se produciría la igualdad numérica entre ambas. Tanto la prestación como la contraprestación pueden estar formadas por más de un capital.

11.1.2. Temporales

El momento de tiempo donde comienza la prestación es el **origen**, donde concluye la contraprestación es el **final** y el intervalo de tiempo que transcurre entre ambas fechas es la **duración** de la operación financiera, durante el cual se generan los intereses.

11.1.3. Objetivos

La realización de la operación financiera exige un acuerdo sobre aspectos tales como: la suma inicial del capital, la ley financiera (simple o compuesto) a utilizar y la tasa de interés (costo/ganancia) acordado.

11.2. Clases

A. Según la duración:

A corto plazo: la duración de la operación no supera el año.

A largo plazo: aquellas con una duración superior al año.

B. Según la ley financiera que opera:

Según la generación de intereses:

En régimen de simple: los intereses generados en el pasado no se acumulan, no generan nuevos intereses.

En régimen de compuesta: los intereses generados en el pasado se acumulan al capital inicial y generan, a su vez, nuevos intereses.

Según el sentido en el que se aplica la ley financiera:

De capitalización: sustituye un capital presente por otro capital futuro.

De actualización o descuento: sustituye un capital futuro por otro capital presente.

C. Según el número de capitales de que consta:

Simple: constan de un solo capital en la prestación y en la contraprestación.

Complejas (o compuestas): formadas por más de un capital en la prestación y/o en la contraprestación.

12. Introducción al costo de oportunidad y costo de capital

Uno de los problemas más significativos en la **administración financiera** es la determinación de la tasa de descuento. La caracterización de esta tasa depende del origen de los fondos: cuando la inversión proviene de recursos propios la denominamos **costo de oportunidad** (que el inversionista deja de ganar por no haberlos invertido en otro **proyecto** alternativo de similar nivel de

riesgo) o de terceros, llamado **costo de capital**, representado por el interés de los préstamos corregido por su efecto tributario, deducido los **impuestos**.

Cualquiera sea el caso, si disponemos del dinero o no para invertir, tendremos entonces que referirnos al Mercado de Capitales, lugar donde acuden agentes excedentarios (oferentes) y deficitarios (demandantes) de dinero para invertir o prestar este recurso.

Uno de los inconvenientes al determinar la tasa de descuento, es que depende no solamente de la fuente de donde provengan los recursos, sino además de la información manejada por el decisor. Justificamos esto con el siguiente **ejemplo**. ¿Cuántas opciones de inversión (o financiación) tendría el **campesino**, que vive donde existe únicamente un Banco o Caja Rural o Municipal de Ahorro y Crédito? La persona puede tener máximo tres opciones:

1. Guardar su dinero en la casa
2. Depositar su dinero en cuenta de ahorros, que le produzca apenas para cubrir la **devaluación** monetaria.
3. Invertir su dinero en un Bono del Estado, que le generará algunos rendimientos adicionales a la inflación.

Si en cambio consideramos una persona que trabaja en la ciudad de Lima (capital del Perú), veremos fácilmente que no solamente tiene las tres opciones mencionadas anteriormente, sino además considerará todos los **productos** ofertados por las demás entidades de la ciudad y si tiene conocimientos suficientes, evaluará las opciones de inversión en el **mercado de valores** peruano y porque no, mundial.

Otro ejemplo: Tengo UM 2,000. Puedo decidir guardarlos en mi bolsillo por un mes. A fin de mes voy a tener UM 2,000 iguales.

Inversamente, puedo decidir, invertir en un negocio de compraventa cuyo rédito es 25% mensual, es decir tengo la oportunidad de ganar UM 500 a fin de mes.

Luego, si prefiero guardar el dinero en mi bolsillo a pesar de todo, dejo de ganar UM 500. Así, diré que mi costo de oportunidad o costo alternativo por desaprovechar la oportunidad de obtener ganancia ofrecida por el negocio de compraventa es de UM 500.

Entonces, después de todo el costo de oportunidad no es un costo real o efectivo, ni pérdida verdadera, sino más bien un costo o pérdida referencial indica si estoy, o no, siendo eficiente en el manejo de mi dinero.

11.1. ¿Cómo determinar el costo de las deudas?

La forma más sencilla de determinar el costo de una deuda es a través del cálculo ponderado de las diferentes **fuentes de financiamiento**, con el que obtenemos el costo promedio de la deuda (WACC) de la empresa, antes o después de impuestos.

El proceso de cálculo consiste en multiplicar el costo del dinero por la proporción que tiene en el total de los aportes de los fondos, según el valor de mercado de la compañía.

EJEMPLO:

Una empresa tiene la estructura de financiamiento siguiente: Total UM 100,000, de este total corresponden: UM 20,000 con 42% de costo anual, UM 30,000 con 36% de costo anual, UM 28,000 al costo de 32% y UM 22,000 con 25% de costo anual; luego el costo promedio del capital de esta compañía es:

Ponderación:

$$0.42 * 0.20 = 0.0840$$

$$0.36 * 0.30 = 0.1080$$

$$0.32 * 0.28 = 0.0896$$

$$0.25 * 0.22 = 0.0550$$

MONTO UM	PROPORCION	COSTO %		PONDERACION
20,000.00	20.00%	0.42	x	0.0840
30,000.00	30.00%	0.36	x	0.1080
28,000.00	28.00%	0.32	x	0.0896
22,000.00	22.00%	0.25	x	0.0550
100,000.00	100.00%	Costo total promedio WACC		0.3366

Es decir es una tasa de costo promedio de capital de 33.66%

12.2. ¿Cuál sería la tasa adecuada de descuento para determinar el Valor Actual Neto VAN de proyectos peruanos?

Tomado del trabajo de David Wong Cam, Magíster de la **Universidad del Pacífico**

Si disponemos de información limitada de la **bolsa de valores** y otras **fuentes** como la opinión de expertos, es factible lograr una conveniente tasa de descuento tomando en cuenta ciertos objetivos. Si no obtenemos una tasa de descuento, no existiría **método** para valorar negocios y la imprecisión sería peor que la búsqueda de «la mejor estimación posible con la información disponible». El mercado de capitales peruano, tiene pocos costos de oportunidad, en este campo la actividad empresarial es muy limitada.

Es cierto que es difícil encontrar una acción que replique el proyecto en evaluación y todos los evaluadores sienten que es imposible encontrar la tasa de descuento exacta. Pero olvidan que la tasa de descuento además de constituirse en una alternativa de colocación también debe reflejar el riesgo del proyecto. El evaluador debe exigir una mayor rentabilidad a aquellos proyectos que tenga una mayor posibilidad de pérdida. Este riesgo encierra muchos factores específicos como las plagas, volatilidad de los **precios** de los **minerales**, falta de competitividad frente a los mercados externos, etc. En muchas ocasiones, este factor riesgo es olvidado.

Un cálculo rápido de la tasa de descuento exige una combinación de **conocimiento** y sentido común. De no obtenerse una acción gemela en la bolsa de valores debe seguirse los siguientes pasos:

1. Determinar la tasa activa (tasa de los préstamos que otorga el sistema financiero) a la que acceden los gestores principales del proyecto.
2. Tener en cuenta el rendimiento esperado de las acciones en los **Estados Unidos** del 12. 2% anual.
3. La tasa de descuento debe ser superior al mayor valor de los hallados en el punto 1 y 2.
4. El evaluador debe definir, con criterio, que la tasa de descuento se encontrará entre la tasa hallada en el punto 3 y 30% anual.
5. Debe revisarse casos excepcionales, que por razones específicas, puedan diferir del resultado del **procedimiento** anterior.

Es importante tomar en cuenta los siguientes criterios para hallar la tasa adecuada de descuento:

- 1. El mercado de capitales peruano no es totalmente incompleto, se transan unas 200 empresas y son líquidas unas 15. Los **modelos** extranjeros siguen siendo válidos para hallar la tasa de descuento de proyectos peruanos, sólo es más difícil su **medición**.*
- 2. El riesgo en el Perú es mayor al riesgo en otros países como Estados Unidos. Por lo tanto su tasa de descuento debe ser mayor. La rentabilidad esperada de las acciones ordinarias del Standard and Poor's (SP500), tomando la referencia histórica de 68 años (desde 1926 hasta 1994) es de 12.2% anual en dólares. La tasa de descuento de un proyecto riesgoso, salvo para algunos sectores de **servicios públicos** como Edegel, debe ser superior a esa tasa.*
- 3. El riesgo del proyecto debe ser mayor al riesgo incluido en la tasa de préstamo al que acceden los principales gestores del proyecto. La tasa de descuento debe ser superior a la tasa de préstamo a la que accede aquel. Así por ejemplo, si el gestor de un proyecto no es uno preferente, accederá hoy, a una tasa activa de alrededor de 12%. Si asumimos que el banco ha realizado una evaluación adecuada del gestor y que el proyecto es más riesgoso que un préstamo, la tasa de descuento debe ser superior a la tasa de préstamo.*
- 4. En un estudio, se tomó como referencia 15 acciones del índice selectivo de la bolsa de valores de Lima, en el período desde el 1 de junio de 1994 y julio de 1996. Se obtuvo que las tasas de descuento oscilaban entre 8% (Edegel) y 30% (Atacocha). Si asumimos que el proyecto evaluado se encuentra en este rango, la dispersión de tasas no es muy amplia.*
- 5. La consistencia de **datos** ofrece mayores posibilidades de precisión en el cálculo de la tasa de descuento. Los flujos de caja libres deben ser descontados al costo promedio de capital (WACC siglas en **inglés**), mientras que los flujos de caja financieros al costo de capital de los accionistas corregidos por una prima de riesgo financiero. En muchas ocasiones el evaluador descuenta los flujos a la tasa equivocada.*

13. Valoración de intereses

Es una verdad a toda prueba, que las **organizaciones**, empresas, **grupos** o personas necesitan en algún momento obtener recursos para financiarse, estos recursos comúnmente son difíciles de conseguir y cuando ello sucede, las entidades o personas que realizan estos préstamos cobran una retribución por el tiempo que el dinero está en manos de sus deudores.

Como explicamos anteriormente, el mercado está formado por dos «agentes», los excedentarios, quienes poseen el recurso, y los deficitarios, aquellos que lo necesitan. El agente excedentario entrega el recurso al agente deficitario, por período determinado y a cambio recibe beneficios.

Los intereses percibidos por los agentes prestamistas a las empresas adquieren gran importancia en la actualidad, éstos son la principal fuente de obtención de recursos en el corto plazo, por ello es necesario hacer el análisis respectivo de los montos devueltos a los prestamistas y la forma de calcularlos, el interés cobrado por uno u otro préstamo puede variar su monto de acuerdo a factores que serán posteriormente explicados.

13.1. El interés

*«El concepto de interés, sin ser intuitivo, está profundamente arraigado en la mentalidad de quienes viven en un sistema capitalista. No necesitamos formación académica para entender que cuando recibimos dinero en **calidad** de préstamo, es «justo» pagar una suma adicional al devolverlo. La aceptación de esta realidad económica, es común a todos los estratos socioeconómicos» [URL 1].*

"El dinero puede convertirse en capital a base de la producción capitalista. Y gracias a esta transformación de un valor dado se transforma en un valor que se valoriza, que se incrementa a sí mismo..." [URL 2]

El interés, tiene importancia fundamental en los movimientos de capitales, la colosal infraestructura financiera y crediticia descansa sobre este concepto básico de pagar por el uso del dinero tomado en

préstamo. Sin el interés el mercado de capitales o simplemente los negocios no existirían.

El **interés** es el monto pagado por la institución financiera para captar recursos, así como el monto cobrado por prestar recursos (colocar). El interés es la diferencia entre la cantidad acumulada menos el valor inicial; sea que tratemos con créditos o con inversiones.

Actualmente, con **mercados financieros** complejos y ampliamente desarrollado, las economías domésticas y las empresas intermediarias del mercado, canalizan los fondos desde los agentes excedentarios o inversores, prestando dinero, al agente deficitario, el cual utiliza estos recursos, para satisfacer sus necesidades. Todo esto genera el traspaso de fondos desde los ahorristas, hasta quienes compran realmente los bienes de capital.

El **interés es un precio**, el cual expresa el valor de un recurso o bien sujeto a intercambio, es la renta pagada por el uso de recursos prestados, por período determinado. Es un factor de **equilibrio**, hace que el dinero tenga el mismo valor en el tiempo. Si la tasa de interés anual es el 8%, quiere decir que el prestamista recibe por concepto de intereses UM 8, por cada UM 100 prestado al año.

Por otro lado si el inversionista está dispuesto a prestar UM 100 a cambio de UM 108 en dos años más, la tasa será de 8%, pero a diferente unidad de tiempo (2 años).

El tipo de interés depende directamente de dos factores reales no monetarios: la preferencia por tener los recursos a la promesa de recursos futuros y la **productividad** de la inversión. El interés es el precio del dinero en el tiempo.

El concepto del **riesgo por incertidumbre**, tiene carácter muy importante dentro de la magnitud del interés. Conociendo la preferencia de los agentes por un valor **seguro**, pero no la productividad a obtenerse por la inversión del recurso, nos encontramos frente a variables distintas, a esta productividad la llamamos «tasa de beneficio esperado». De esta manera, la tasa de interés es el precio del tiempo, mientras la tasa de rentabilidad es el precio del tiempo cuando existe riesgo. La tasa de rentabilidad es el precio del tiempo más una prima por riesgo (precio del riesgo).

Ahora veamos los distintos tipos de interés utilizados por los mercados financieros.

Interés Fijo y Variable: Conocemos como tipo de **interés fijo**, a la tasa de interés constante en el tiempo. La **tasa variable**, es el tipo de interés donde una parte la calculamos sobre una base fija más un índice de referencia. El índice de referencia varía según las condiciones del mercado. En el Perú las entidades financieras utilizan diferentes tasas de interés.

Clasificamos los plazos de las tasas de interés de dos formas:

Interés de Corto Plazo: Referido a los intereses que devengan o liquidan intereses en un período inferior a 12 meses.

Interés de Largo Plazo: Son intereses devengados o liquidados en períodos superiores a un año.

Actualmente esta es la única clasificación utilizada para señalar los plazos de las operaciones, si bien antiguamente utilizaban el concepto de «Mediano Plazo», a la fecha este ha pasado a formar parte del largo plazo.

13.2. Rédito y tasa de interés [URL 6]

$r = \frac{\text{Costo del dinero}}{\text{Lo que recibimos}}$ Rédito (**r**), es el rendimiento generado por un capital representado en tanto por ciento (%) o tanto por uno.

$$[1] \quad r = \frac{VF - VA}{VA}$$

Esta fórmula no considera el factor temporal, es decir, en cuánto tiempo se ha generado ese rendimiento. La medida que toma en cuenta el tiempo es la tasa de interés (**i**), definida como el rédito por unidad de tiempo.

$$i = \frac{r}{n}$$

$$[1A] \quad i = \frac{r}{m} \cdot \frac{VF - VA}{VA}$$

Son las oportunidades de inversión o de financiación, las que determinan la existencia de la tasa de interés. Este fenómeno económico real, *es medido con la tasa de interés i, la cual, a su vez, es representada por un porcentaje*. Calculamos éste porcentaje

dividiendo el costo del dinero ($VF - VA = I$) entre lo que recibimos (VA) y el tiempo de duración.

$$r = \frac{I}{VA}$$

Rédito y tasa de interés coinciden cuando el período n es la unidad.

Nomenclatura:

r = Rédito

i = Tasa de interés

VA = Valor actual

VF = Valor futuro

n = Periodo de capitalización o de actualización.

Ejemplo:

Una suma de UM 5,000 genera otro de UM 6,000 dentro de un año. Determinar el rédito y la tasa de interés de la operación financiera.

Solución:

VA = 5,000; VF = 6,000; n = 1; r = ?; i = ?

$$[1A] \quad i = \frac{\frac{6,000-5,000}{5,000}}{1} \times 100 = 20\% \quad [1] \quad r = \frac{6,000-5,000}{5,000} \quad 100 = 20\%$$

$$[1A] \quad i = \frac{\frac{6,000-5,000}{5,000}}{2} \times 100 = 10\%$$

Veamos el caso cuando la transacción dura 2 años:

$$[1] \quad r = \frac{6,000-5,000}{5,000} \quad 100 = 20\%$$

20% (r) es la tasa global y 10% (i) es la tasa del período de capitalización o actualización según el caso. De aplicación cuando operamos con pagos únicos a interés simple.

Para el cálculo de la tasa de interés compuesto con pagos únicos operamos con la fórmula [22] o la función financiera TASA de Excel.

Para el cálculo de la tasa de interés de las **anualidades** o flujos variables, utilizamos la función financiera TASA (flujos uniformes) y

TIR (flujos variables) de Excel, ambas funciones proporcionan la tasa periódica de actualización o capitalización a partir de las cuales obtendremos la tasa nominal o el costo efectivo de la operación financiera.

Tasa de interés al rebatir

Es la tasa del período, aplicada al saldo deudor de una obligación pendiente de pago. Utilizada por el sistema financiero para la recuperación de los préstamos que otorgan.

13.3. Componentes de la tasa de interés [URL 1]

La tasa de **interés corriente (ic)**, es la tasa del mercado, aplicado por los bancos y cualquier entidad financiera; la tasa efectivamente pagada por cualquier préstamo. Tiene tres componentes o causas:

- 1. El efecto de la inflación**): □ (medida del aumento del nivel general de precios, valorada a través de la canasta familiar; notamos su efecto en la pérdida del poder adquisitivo de la moneda. A mayor inflación, mayor tasa de interés.
- 2. El efecto del riesgo**, inherente al negocio o inversión. A mayor riesgo, mayor tasa de interés. Elemento de riesgo (**ip**).

Ejemplos:

De las siguientes opciones ¿Cuál elegiría?

- 1) Supongamos, decidimos invertir UM 10
 - Obtener UM 15 dentro de un año (100% seguro) u
 - Obtener UM 15 dentro de un año (Inseguro)

Obviamente cualquier persona racional elegirá la primera.

Ahora veamos otras dos opciones:

- Obtener UM 15 dentro de un año (100% seguro)
- Obtener UM 19 dentro de un año (Inseguro)

En la primera opción, la tasa de interés es del 50% anual (el premio por esperar), mientras en la segunda, la tasa de interés es del 90% anual (premio por esperar + premio por arriesgarse).

TASA DE INTERÉS LIBRE DE RIESGO = 50% +
 PREMIO POR ARRIESGARSE O TASA DE RIESGO = 40%
 TASA DE INTERÉS CON RIESGO = 90%

La tasa de riesgo está determinada por las condiciones del mercado y el nivel de riesgo de la inversión, este nivel de riesgo está íntimamente ligado a la certeza del pago de la inversión.

Por lo general los determinantes del costo riesgo son: carencia de información, de garantías y dificultad de recuperación.

Fórmula General:

$$[2] \quad i_c = (1+i)^n (1+r)^n (1+ip)^n - 1$$

3. La tasa real « i » propio del negocio, lo que el inversionista desea ganar, libre de riesgos e inflación. Rendimiento base. Generalmente los bonos del tesoro de EE.UU. son tomados como parámetro para la tasa libre de riesgo. Tasa de interés real (**i**).

Ejemplo:

Consideremos la **Tasa Interna de Retorno TIR₃** de dos bonos y un negocio:

1. Bono del tesoro de Estados Unidos: TIR = 5.50% anual (inversión libre de riesgo por definición) y
2. Bono del gobierno peruano: TIR = 10% anual (inversión riesgosa), TIR de un negocio en el Perú = 22% (riesgo elevado).

Descomponiendo la TIR de estos bonos en sus premios, tenemos:

Inversión	TIR	Premio por esperar	Premio por arriesgarse
Bono EE.UU.	5.50%	5.50%	0.00%
Bono Peruano	10.00%	5.50%	4.50%
Negocio en Perú	22.00%	5.50%	16.50%

Premio por arriesgarse:

Bono de EE. UU. 5.50% - 5.50% = 0.00%

Bono Peruano 10.00% - 5.50% = 4.50%

Negocio en Perú 22.00% - 5.50% = 16.50%

¿Por qué la diferencia de tasas?

El gobierno de EE.UU. es considerado el pagador más solvente del planeta (tiene la «fábrica» de dólares), prestarle dinero en forma de un bono está prácticamente libre de riesgo, la tasa pagada por los bonos de EE.UU., es la tasa libre de riesgo usada como referencia.

En forma diferente, el gobierno peruano es considerado un pagador muy poco solvente, prestarle dinero en forma de un bono es considerado arriesgado.

El premio por arriesgarse es mayor en el negocio que en el caso del bono. Analizando los componentes del premio por arriesgarse en el negocio vemos:

RIESGO PAIS = 4.50% +

RIESGO PROPIO DEL NEGOCIO = 12.00%

PREMIO POR ARRIESGARSE = 16.50%

Existe un premio por el riesgo propio del negocio, ésta tasa es exclusiva de la actividad y varía muy poco con el paso del tiempo. El riesgo país influye en el premio por arriesgarse a hacer negocios en el Perú. Luego: cuando el riesgo país es alto el premio por arriesgarse a invertir en el Perú será alto.

Fórmulas para calcular ic , e i , cuando $ip = 0$, a partir de la fórmula general.

Para calcular la tasa de interés corriente o comercial (ic) no sumamos estos componentes; la tasa corriente es el resultado del **producto** de estos elementos:

$$[2A] \quad ic = (1+i)(1+\Phi)^{-1} \quad [3] \quad i = \frac{(1-ic)}{(1-\Phi)} - 1$$

Nomenclatura:

ic = tasa de interés corriente

i = tasa de interés real
= porcentaje de inflación en el período □

Fórmula para la obtención de la inflación acumulada:

[4] 1) 2) ... 3)- 1

El propósito de la **tasa de interés real** « i » es quitar a la tasa de interés efectiva el efecto de la variación del poder adquisitivo de la moneda. En contextos inflacionarios es imprescindible hablar de tasas de interés real, dado que evaluar el costo de la deuda o el rendimiento de una inversión en términos efectivos puede llevarnos a tomar decisiones equivocadas.

Seremos muy cuidadosos al determinar la tasa de interés corriente (**ic**), para evitar que los asalariados, micros y pequeños empresarios terminen pagando tasas excesivas; es recomendable, operar con tasas no subsidiadas ni de usura. No es posible que en países con índices de inflación menor al 2.5% anual las entidades financieras cobren tasas entre 3.8 y 4.5% mensual. Al evaluar alternativas de inversión y al objeto de estimar la tasa futura de interés, proyectaremos la inflación, la tasa real y el riesgo.

Existen entidades financieras (Bancos) que cobran e indican por separado el) y el interés real (□ ajuste monetario (inflación i) además de mecanismos de protección como seguros, hipotecas, garantes, etc., razón por la cual deberían estar libres de riesgo (**ip**). Según el sistema financiero, el componente riesgo es mayor cuando los préstamos son para micros y pequeñas empresas (MYPES), más aún si están ubicadas en zonas populares. No así cuando corresponden a «grandes empresas», con mayor razón si pertenecen al conglomerado financiero del Banco prestamista.

Tasas excesivas frenan el desarrollo del aparato productivo de un país.

EJERCICIO 1 (Cálculo de la tasa de interés real)

En el sistema financiero la tasa de interés de julio a octubre fue de 5.8%, siendo la inflación mensual la siguiente: julio 3.25%; agosto

2.96%; setiembre 1.25% y octubre 4.66%. Determinar la tasa de interés real.

1º Calculamos la inflación acumulada del período julio-octubre: con la fórmula:

$$[4] = (1+0.0325)(1+0.0296)(1+0.0125)(1+0.0466) = 1.1265$$

2º Calculamos el interés real:

$$= 1.1265; i = ? \Rightarrow i = 0.058;$$

$$[3] \quad i = \left(\frac{1.058}{1.1265} - 1 \right) = -0.0608$$

El resultado indica pérdidas por -6.08% en términos de poder adquisitivo.

13.4. Definición de riesgo

Tomado del documento: «Calificaciones de crédito y riesgo país» elaborado por Jorge Morales y Pedro Tuesta, Banco Central de Reserva, Departamento de Análisis del Sector Externo de la Gerencia de Estudios Económicos (Perú). Los agregados y subrayados son nuestros [URL 7].

En las **operaciones financieras** y de inversión en el ámbito internacional existe diversidad de factores o riesgos que afectan la **percepción** de rentabilidad y seguridad. El «riesgo» puede estar asociado al tipo de deudor (soberano o no soberano), al tipo de riesgo (político, financiero o económico), o a la posibilidad del repago (**libertad** de transferencia de divisas, voluntad de cumplimiento y ejecución del pago). El objetivo de este numeral es dar las pautas para distinguir entre «riesgo país», «riesgo soberano», «riesgo comercial» y «riesgo crediticio».

13.4.1. Riesgo país, riesgo soberano y riesgo no soberano

Nagy (1979) define «riesgo país» como la **exposición** a dificultades de repago en una operación de endeudamiento con acreedores extranjeros o con deuda emitida fuera del país de origen. El «**riesgo país**» califica a todos los deudores del país, sean éstos públicos o privados. El «**riesgo soberano**» es un subconjunto del riesgo país

y califica a las deudas garantizadas por el gobierno o un agente del gobierno. El «**riesgo no soberano**» es, por excepción, la calificación asignada a las deudas de las corporaciones o empresas privadas.

Sin embargo, Hefferman (1986) y Ciarrapico (1992) consideran «riesgo país» y «riesgo soberano» como sinónimos. En su opinión, riesgo país y riesgo soberano están referidos al riesgo que proviene de préstamos o deudas públicamente garantizadas por el gobierno o tomadas directamente por el gobierno o agentes del gobierno. En general, el «riesgo país» trata de medir la **probabilidad** de que un país sea incapaz de cumplir con sus obligaciones financieras en **materia de deuda externa**, esto puede ocurrir por repudio de deudas, atrasos, moratorias, renegociaciones forzadas, o por «atrasos técnicos».

13.4.2. Riesgo país, riesgo comercial y riesgo crediticio

El «riesgo país» está referido al país en su conjunto. El «**riesgo comercial**» corresponde al riesgo que surge por alguna transacción o actividad comercial (de intercambio de bienes y servicios, emisión de deuda o inversión) o por operaciones fuera del país deudor. El «riesgo comercial» está asociado a las acciones del sector privado que pueden elevar la exposición o la probabilidad de una pérdida. Algunos autores como De Boysson (1997) denominan «riesgo comercial» como «riesgo mercado».

El «**riesgo crediticio**» es el riesgo proveniente de actividades crediticias y evalúa la probabilidad de incumplimiento en los compromisos de una deuda. Para un banco, el «riesgo crediticio» es una parte importante en la evaluación de su «riesgo comercial». En este sentido, los bancos (o acreedores) están interesados en aislar y reducir su exposición al riesgo y, por lo tanto, en calificarlo. En este contexto, entre los 70's y 80's se hace extensivo el análisis sistemático del riesgo país y/o del riesgo crediticio.

EL concepto de Riesgo País está asociado a la probabilidad de incumplimiento en el pago de la deuda externa de un país [URL 8], expresado en un Índice Riesgo-País. Este índice representa en un momento determinado el nivel de riesgo de inversión en un país emergente.

En la determinación de esta prima de riesgo influyen factores económicos, financieros y políticos que afectan la capacidad de pago del país. Algunos de ellos son de difícil medición, y de allí la utilización de diferentes metodologías para cuantificar dicha prima.

El Riesgo País es un índice denominado Emerging Markets Bond Index Plus (EMBI+) y mide el grado de «peligro» que entraña un país para las inversiones extranjeras. J. P. Morgan analiza el rendimiento de los instrumentos de la deuda de un país, principalmente el dinero en forma de bonos. Este indicador es aplicado a naciones emergentes.

No todos los países están bajo el foco del análisis de riesgo país, según las transnacionales financieras (léase FMI, BM, Club de París, etc.) éstos están divididos en dos grupos: países latinoamericanos y países no latinoamericanos. Ver [Glosario](#).

Integran la **región latinoamericana** Argentina, [Brasil](#), [Colombia](#), [Ecuador](#), [México](#), [Panamá](#), Perú y [Venezuela](#).

La **región no latina** está conformada por Bulgaria, Corea del Sur, Marruecos, Nigeria, Filipinas, Polonia y [Rusia](#).

El EMBI+ es elaborado por el banco de inversiones J. P. Morgan, de Estados Unidos, que posee filiales en varios países latinoamericanos. J. P. Morgan analiza el rendimiento de los instrumentos de la deuda de un país, principalmente el dinero en forma de bonos, por los cuales es abonada una determinada tasa de interés en los mercados.

El **valor del Riesgo País** es igual a la diferencia entre las tasas pagadas por los bonos del Tesoro de los Estados Unidos y las pagadas por los bonos del respectivo país. La tasa de los bonos del Tesoro de los Estados Unidos es utilizada como base, es considerada la de menor riesgo en el mercado («dicen» si algún país tiene la capacidad de honrar sus deudas, ese es los Estados Unidos).

TASA DE RENDIMIENTO DE LOS BONOS DE UN PAIS (-)

TASA DE RENDIMIENTO DE LOS BONOS DEL TESORO DE EE.
UU.

= RIESGO PAIS

Herring (1983) considera que el riesgo país está compuesto por riesgo político, económico, social y cultural, mientras que Erb, Harvey y Viskanta (1996), siguiendo la **metodología** del «International Country Risk Guide», consideran que el riesgo país está constituido por riesgo político, financiero y económico. De otro lado, Kobrin (1982) y Overholt (1982) consideran que existe una estrecha interrelación entre el riesgo político y económico razón por la cual el trato diferencial no debería realizarse.

Sobre el particular Simon (1992) define «riesgo político» como el desarrollo de aspectos políticos y sociales que puedan afectar la posibilidad de repatriación de **inversión extranjera** o el repago de deuda externa. Demirag y Goddard (1994) añaden a esta definición el componente de interferencia por parte del gobierno que podrían afectar la rentabilidad o estabilidad de la inversión extranjera o el pago de la deuda externa. En términos generales, el riesgo político está asociado a la inestabilidad **política** y a la voluntad de pago (*willingness to pay*) por parte del gobierno (o de la autoridad responsable).

Según la metodología del International Country Risk Guide, el riesgo financiero y el riesgo económico están asociados a la capacidad de pago del país. El «**riesgo financiero**» evalúa el riesgo al que están expuestos por potenciales pérdidas ante controles de cambios, expropiaciones, repudios y atrasos de deudas, o por problemas operativos en el procedimiento de pagos por el sistema financiero local. El «**riesgo económico**» está referido a la posibilidad de incumplimiento debido al debilitamiento de la economía del país tanto en el campo externo como en el campo interno.

13.4.3. ¿Cómo es medido el riesgo país?

El Riesgo País es medido en puntos básicos (cada 100 puntos equivalen a 1%), por ello cuando escuchamos que el índice de Riesgo País es de 1,500 puntos, en realidad significa que el bono del país emisor paga 15% adicional sobre la tasa de los bonos norteamericanos.

El Riesgo País es calculado de la siguiente manera: compara cuánto mayor es la TIR de un bono de largo plazo emitido por un gobierno

dado respecto de la TIR de los bonos del Tesoro de los Estados Unidos, también por el mismo plazo.

Finalmente, el **riesgo país** es una medida unilateral, impuesta por los prestamistas a la mayoría de países latinoamericanos y algunos de Europa del Este y África [URL 9]. Representa un componente subjetivo de la tasa de interés, orienta las inversiones a actividades especulativas (operaciones de corto plazo, comprar barato hoy para venderlo caro en poco tiempo).

13.5. ¿Qué es Spread?

Término inglés que en **castellano** significa diferencial.

Principalmente es utilizado en inglés referido al diferencial de interés de los eurocréditos, es decir, el porcentaje añadido al tipo de interés interbancario en los préstamos con divisas y en su acepción en el mercado de opciones, referido a aquellas **estrategias** en la utilización de opciones consistentes en ocupar dos o más posiciones comprando y vendiendo opciones del mismo tipo con diferentes precios de ejercicio (diferencial vertical) o con distintas fechas de vencimiento (diferencial horizontal).

Spread Soberano.- Descrito como la capacidad y predisposición que tiene un país, para pagar sus obligaciones contraídas con sus acreedores. El Benchmark o Índice de Clasificación, que elaboran calificadoras de riesgo como Standard & Poor's o Moody's Investors Service, establecen las siguientes categorías:

AAA - Máxima capacidad de pago

AA - Alta capacidad de pago

A - Buena capacidad de pago

BBB - Media capacidad de pago (s/monto de inversión)

BB - Nivel de inversión con carácter especulativo y bajo riesgo

B - Nivel de inversión con carácter especulativo y alto riesgo

CCC - Alto riesgo de no pago pero con buen potencial de recuperación

C - Alto riesgo de no pago y bajo potencial de recuperación

D - No existe posibilidad de pago ni potencial de recuperación

E - No están clasificados por falta de información ni tienen garantías suficientes.

Cuando la clasificación lleva el signo (+), significa que tiene un menor riesgo, contrariamente si le precede un signo (-), tiene un mayor riesgo de incumplimiento.

13.6. ¿Cómo obtiene el banco la tasa activa y de qué depende la tasa pasiva?

Respondemos la interrogante definiendo qué es **Spread o margen financiero** (tiene su base en el riesgo crediticio):

Un Spread de tasas de interés es la diferencia entre la tasa pasiva (tasa que pagan los bancos por depósitos a los ahorristas) y la tasa activa (que cobran los bancos por créditos o préstamos otorgados). Para comprender con mayor facilidad explicamos cómo el banco obtiene la tasa activa, lo único que haremos es restar la tasa pasiva y obtendremos el Spread.

Para obtener la tasa activa el banco toma en cuenta la tasa pasiva, los gastos operativos propios del banco, su ganancia, el encaje promedio del sistema que tienen que depositar en el BCR por cada dólar ahorrado en los bancos, más el componente inflacionario y riesgo. Es así cómo los bancos obtienen su tasa activa, si le quitamos la tasa pasiva el Spread lo componen, los gastos de los bancos, el encaje, las ganancias por realizar esta intermediación, más los componentes inflacionario y riesgo.

TASA ACTIVA

= TASA PASIVA
+ GASTOS OPERATIVOS
+ GANANCIA
+ ENCAJE PROMEDIO DEL SISTEMA
+ EL COMPONENTE INFLACIONARIO
+ EL COMPONENTE RIESGO

SPREAD = Tasa Activa - Tasa Pasiva

Luego la magnitud de la tasa activa es el resultado de la suma de estos componentes.

Finalmente, la **tasa pasiva** lo conforma:

1. La tasa de rendimiento que esperan ganar los bancos e instituciones financieras sobre el capital invertido.
2. Las preferencias de tiempo de los ahorristas en aras de consumo futuro versus consumo actual.
3. El grado de riesgo del préstamo y
4. La tasa de inflación esperada en el futuro

Por ejemplo: Si la tasa activa anual promedio del banco es 30.36% y la tasa pasiva anual de 3.37%, el Spread será:

$$\text{SPREAD} = 30.36\% - 3.37\% = 26.99\%$$

13.7. Tipos de interés

- a. **Interés ordinario, comercial o bancario.** Este presupone que un año tiene 360 días y cada mes 30 días. Año bancario según el BCR.
- b. **Interés Exacto.** Basado en el calendario natural: 1 año 365 o 366 días, y el mes entre 28, 29, 30 o 31 días.

El uso del año de 360 días simplifica los cálculos, pero aumenta el interés cobrado por el acreedor.

Desarrollamos la mayoría de ejercicios en la presente obra considerando el año bancario o comercial; cuando utilizemos el calendario natural indicaremos operar con el interés exacto.

Tiempo transcurrido entre dos fechas

Lo explicamos con el siguiente ejemplo:

Mes	Días del Mes	Períodos Transcurridos	
Enero	31	30	No considera el 1° de Enero
Febrero	28	28	
Marzo	31	31	
Abril	30	30	
Mayo	31	31	
Junio	30	30	
Julio	31	15	Considera los 15 días de Julio
TOTAL		195	

¿Cuál es el tiempo transcurrido entre el 1º de enero al 15 de julio del 2004? Para determinar el tiempo transcurrido entre dos fechas excluimos la primera (1/1/04), es decir, únicamente consideramos la segunda (15/7/04). Sobre este tema la normatividad vigente establece: un depósito o inversión generan interés siempre y cuando éstos permanezcan como mínimo un día en la entidad financiera desde el momento del abono o retiro.

Aplicando Excel tenemos:

15/07/2004	02/01/2004	195
------------	------------	-----

Respuesta:

195 días.

13.8. Clases de Interés

El interés pagado y recibido puede considerarse como simple o compuesto.

14. Letra devuelta

Es la letra que el **banco** devuelve al **cliente** por no haberse efectivizado la cobranza en su vencimiento. Si la letra fue descontada previamente, el banco cargará en cuenta del cedente, el monto nominal del documento más los **gastos** originados por el impago, como son: gastos de devolución (comisión de devolución y correo) y gastos de protesto (comisión de protesto y **costo** del protesto).

Intereses: Aplicable cuando el banco cobra con posterioridad a la fecha de vencimiento de la letra devuelta por impagada. Calculada sobre la suma del nominal de la letra no pagada más todos los gastos originados por el impago, por el período transcurrido entre vencimiento y cargo.

EJERCICIO 2 (Letra devuelta)

Una letra por UM 8,000, es devuelta por falta de pago, cargándose en la cuenta del cedente los siguientes gastos: comisión de devolución 1.5%, comisión de protesto 2.5% y correo UM 4.00. Calcule el monto adeudado en la cuenta corriente del cliente.

Valor Nominal de la letra		8,000
Comisión devolución $[8,000 \cdot 0.015]$	120	
Comisión protesto $[8,000 \cdot 0.025]$	200	
Correo	4	
Total Gastos		<u>324</u>
Adeudo en Cta. Cte.		<u>8,324</u>

15. Letra de renovación

Es aquella letra emitida para recuperar una anterior devuelta por falta de pago incluido los gastos originados por su devolución. Debemos establecer el **valor** nominal de esta nueva letra de tal forma que los gastos ocasionados por su falta de pago los abone quien los originó (el librador).

Giramos la letra como aquella emitida y descontada en condiciones normales, con la diferencia de que ahora el efectivo que deseamos recuperar es conocido: el valor nominal no pagado, los gastos de devolución, los gastos del giro y descuento de la nueva letra; siendo desconocido el valor nominal que debemos determinar.

EJERCICIO 3 (Letra de renovación)

Para recuperar la letra devuelta por falta de pago del ejemplo 2, acordamos con el deudor, emitir una nueva con vencimiento a 30 días, en las siguientes condiciones tipo de descuento 18%, comisión 3% y otros gastos UM 20.00. Calcular el valor que deberá tener la nueva letra.

Solución:

$$VA = 8,324; n = 30/360; i = 0.18; \text{Coms.} = 0.03; \text{Otros GG} = 20; VN = ?$$

1º Calculamos el adeudo en cta. cte.:

$$\text{Adeudos en Cta. Cte.} = 8,324[1 + 0.18 \cdot (30/360)] = \text{UM } 8,449$$

2º Finalmente determinamos el valor nominal de la nueva letra:

Valor futuro del adeudo en Cta. Cte.		8,449
Comisión de renovación $[8,324 * 0.03]$	250	
Otros gastos	20	
Total Gastos		270
Valor Nominal de la letra renovada		8,719

16. Descuento de una remesa de efectos

Efecto.- Documento o valor mercantil, sea nominativo, endosable o al portador.

Por lo general el descuento de los efectos no es de uno en uno, normalmente el cliente acude al banco con un conjunto de ellos, una remesa de efectos, agrupados por períodos, para descontarlos conjuntamente en condiciones normales.

La liquidación de la remesa origina la **factura de negociación**. Siendo el **procedimiento** de liquidación:

Confeccionar la factura con todos los efectos que componen la remesa.

Sumar cada una de las tres siguientes columnas:

- Importe nominal.
- Importe intereses.
- Importe comisiones.

De existir los gastos éstos vienen expresados aparte (correo, timbres, etc.).

Calculamos el valor líquido de la negociación restando del nominal total de la remesa el monto de los gastos efectuados.

EJERCICIO 4 (Remesa de efectos)

Tenemos para descuento la siguiente remesa de efectos:

Efecto	Nominal	Días de descuento
A	20,000	15
B	15,000	25
C	10,000	30

Las condiciones del descuento son: el tipo descuento es de 15% anual, las comisiones son de 4 por mil (mínimo UM 120) y correo UM 5.00/efecto.

Intereses = $20,000 * 15 * (0.15/360) = 125.00$, así sucesivamente

Comisión = $(20,000/1000) * 4 = 80.00$, así sucesivamente

1º Descontamos la remesa:

Efecto	Nominal	Días	Tasa	Intereses	Porcentaje	Comisión	Correo
A	20,000	15	15%	125.00	4 por mil	80.00	5.00
B	15,000	25	15%	156.25	4 por mil	60.00	5.00
C	10,000	30	15%	125.00	mínimo	120.00	5.00
	45,000			406.25		260.00	15.00

Valor Nominal de la Remesa	45,000
Intereses	406.25
Comisiones	260
Correo	15
Total Gastos	681
Efectivo recibido	44,319

17. Crédito bancario, la póliza de crédito

Actualmente, la mayoría de **empresas** disponen de al menos una póliza de crédito contratada con una entidad financiera, esto les permite disponer de un medio de financiación y articular los cobros y pagos de la actividad ordinaria.

Es importante diferenciar el crédito frente al préstamo bancario. La diferencia está básicamente en lo siguiente:

- El crédito permite la disposición gradual de **dinero**, en los montos y por el **tiempo** requerido. Mientras que el préstamo lo obtenemos de una sola vez en la cantidad aprobada por la entidad financiera.
- En la póliza pagamos por la cantidad dispuesta y en **función** del tiempo de utilización. Contrariamente, en el préstamo pagamos por el total aunque no lo hayamos utilizado.

Los **créditos** son formalizados a través de una póliza que estipula las condiciones de funcionamiento: límite del crédito, tipo de **interés**, comisiones, frecuencia de liquidación, etc., instrumentándose a través de una **cuenta bancaria** que funciona y liquida de forma parecida a las **cuentas** corrientes y asimismo permite cuantificar **el dinero** utilizado y calcular el costo de la operación.

18. Flujos de caja libre

En este **trabajo**, veremos el llamado **flujo de caja libre**.

Denominamos **flujo de caja libre** a los **ingresos** y egresos netos de un **proyecto de inversión** y al **estado** financiero que mide la liquidez, **flujo de caja o pronóstico de efectivo** o de fondos.

El valor actual neto (VAN) y otros **métodos** de descuento consideran siempre cifras de flujos de efectivo de caja y no de beneficios.

Las cifras contables de beneficios son útiles para conocer los resultados anuales de **la empresa**, considerados de vida ilimitada. El **empleo** de estas cifras para calcular el flujo de caja podría llevarnos a resultados erróneos. Las cifras contables suponen que la **inversión** llevada a cabo al inicio del **proyecto**, con horizonte temporal de varios períodos son consumidos gradualmente, lo cual no es cierto, descarta el costo de oportunidad de la inversión.

El flujo neto de efectivo (FNE) lo representamos como:

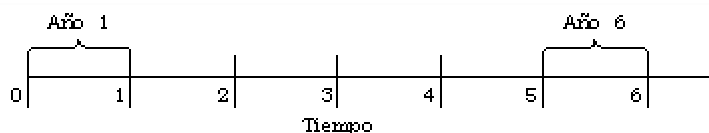
FNE = Ingresos - egresos

= entradas de efectivo - salidas de efectivo

Todo **flujo de efectivo** ocurre al final del período de interés, conocido como la **convención de final del periodo**. Aunque **los valores** de VF o C corresponden al final de dicho período, el final del período no es necesariamente el 31 de diciembre.

18.1. Diagrama de flujo de caja libre

El **diagrama** del flujo de caja libre es un **modelo** gráfico utilizado para representar los desembolsos e ingresos de efectivo a través del tiempo, trazados en **escala** temporal. Es importante la comprensión y la **construcción** del diagrama de flujo de efectivo, es una herramienta importante en la solución de **problemas**.



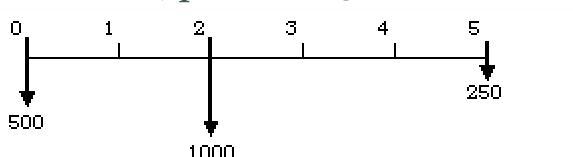
Típico diagrama de flujo de efectivo durante 6 años

En el eje del tiempo cada número indica el final del período correspondiente. El número cero indica el presente; es decir, el momento en que tomamos la decisión. El número uno indica el final del período uno y así sucesivamente. En la escala temporal el período puede ser un día, un mes, un año o cualquier otra unidad de tiempo.

La **dirección** de las flechas en el diagrama de flujo de caja libre es importante. La flecha vertical hacia arriba indicará flujos de efectivo positivo (ingresos) y a la inversa, indicará flujos de efectivo negativo (egresos).

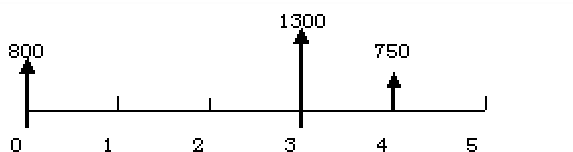
1) Ejemplo: Diagrama de egresos

En este diagrama al final del período cero realizamos desembolsos por UM 500; al final del período dos, por UM 1,000 y al final del período cinco, por UM 250.



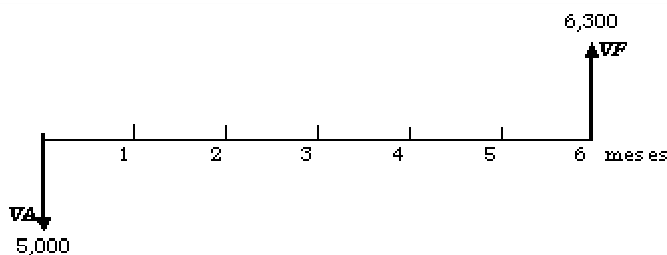
2) Ejemplo: Diagrama de ingresos

Aquí recibimos en el período 0 UM 800; en el tres, UM 1,300 y en el cuatro UM 750.



3) Ejemplo: Diagrama de depósito y retiro

El diagrama indica que por un depósito UM 5,000 recibimos UM 6,300 después de seis meses.



19. Contabilidad versus Análisis Económico

Las diferencias entre ambas unidades de la **empresa** es que la primera opera con **datos** del pasado y la segunda proyecta el futuro. Desde luego ambas cumplen un importante papel en la empresa de acuerdo a sus propias **funciones** y **objetivos**.

El contador después de conocer los ingresos y los egresos determina las utilidades obtenidas en **operaciones** del pasado. Calcula cual fue el rendimiento del **capital**. Para obtener la **utilidad** sobre la inversión resta los gastos de los ingresos. No añade una tasa de rendimiento a

sus **costos**. Su **misión** es determinar cual fue la tasa de rendimiento en operaciones pasadas, excepto por las cargas de intereses en deudas contractuales (intereses de un préstamo bancario, hipoteca). El analista económico, busca la **productividad** de las alternativas de inversión (carga cada unidad monetaria con la **responsabilidad** de ganar un costo de capital). Para ello requerimos tasas mínimas atractivas de rendimiento que garanticen utilidades para cuando llevemos a cabo el cierre del período.

20. Solución de los problemas

Para la solución de los problemas, primero aplicamos el **método** formulístico y seguidamente las funciones financieras de **Excel** (que la denominaremos únicamente como LA FUNCION), siguiendo un **proceso** básico:

- 1º Identificación y ordenamiento de los datos,
- 2º Aplicación de la fórmula o fórmulas y,
- 3º Empleo de las funciones financieras de Excel.

Cuando operamos con porcentajes, lo hacemos en su expresión decimal (0.20), por ejemplo $20\% = 0.20$ ($20/100$), que es la forma correcta de trabajar con las fórmulas.

En las **matemáticas financieras** tratamos de encontrar la variable entre cinco, dadas tres de ellas; en todos los problemas el elemento común es el tiempo **t**. De los cinco elementos restantes, **VA**, **VF**, **C**, **n**, e **i**, cada problema contendrá al menos cuatro en donde mínimo tres de ellos son conocidos. Para determinar la variable desconocida es necesario mantener válida la equivalencia entre flujos de caja.

El **éxito** para la solución de un caso o ejercicio, parte de la correcta clasificación de datos, solo así es posible identificar la notación o función financiera a utilizar.

Los resultados de las operaciones lo expresamos generalmente con cinco o cuatro decimales, en el caso de los factores o índices. Las respuestas finales de los ejercicios vienen con dos decimales. En ambos casos los resultados los redondeamos por exceso o por defecto.

21. Interpolación

Según el **diccionario** de la RAE: Interpolar es calcular el valor aproximado de una magnitud en un intervalo cuando conocemos algunos de los **valores** que toma a uno y otro lado de dicho intervalo.

En la vida real, encontramos situaciones carentes de **información** que permiten determinar valores dependientes (y), en función de una o más **variables** independientes. Es aquí cuando utilizamos la interpolación. Los métodos más utilizados son: método lineal, logaritmo y el exponencial.

Sólo aplicaremos la interpolación lineal, debido a su sencillez y gran utilidad. La interpolación lineal implica la utilización de la ecuación de la recta.

$$y = mx + c$$

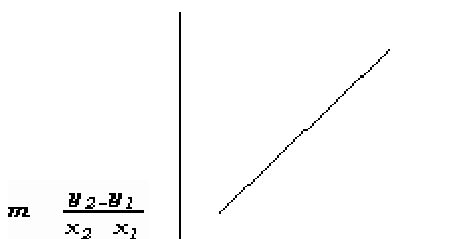
y = Variable Dependiente

x = Variable Independiente

m = Pendiente de la recta

c = Coeficiente de posición

La manera de utilizar esta fórmula, es calculándola a partir de dos puntos. Para ello utilizamos la ecuación de la pendiente. Graficando el método lineal, obtenemos:



Veamos lo expuesto con algunos ejemplos, en los cuales operamos aplicando las tablas financieras T2 y T3; para **ilustración** del lector adjuntamos la tabla T1.

Efectuamos la solución de problemas de este **grupo** utilizando la respectiva fórmula de la **tasa de interés**.

EJERCICIO 5 (Tasa de rendimiento de una inversión)

Existe la posibilidad de invertir, abonando ocho cuotas iguales de UM 5,000 cada una y, al efectuar el último pago tendremos la

posibilidad de obtener una suma de UM 48,600. ¿Cuál es la tasa de interés de esta inversión?

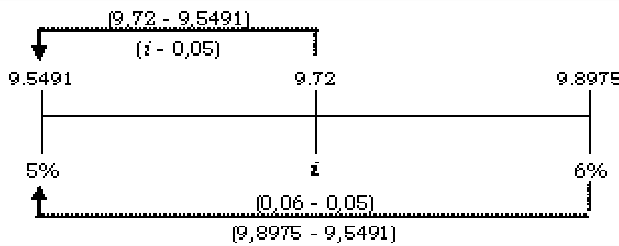
Solución:

$VF = 48,600; C = 5,000; n = 8; i = ?$

T_3 $\frac{VF}{C}$ Con la tabla , encontramos el factor:

$T_3 \frac{48,600}{5,000} = 9.72$

Con $n = 8$ y el factor 9.72 en T_3 ubicamos la fila 8 del n , nos desplazamos a la derecha y encontramos los factores 9.5491 y 9.8975, debajo de las columnas del 5% y 6% respectivamente. Para encontrar la tasa de interés (i) con mayor grado de precisión efectuaremos un conjunto de operaciones para obtener a partir de las tablas financieras valores muy aproximados a la tasa de interés buscada. Graficando, tenemos:



Determinamos el valor de i , por interpolación a través de la proporción entre la diferencia del valor central (9.72) menos el valor inferior (9.5491), dividiendo el resultado entre la diferencia de los factores extremos (9.8975 - 9.5491), finalmente con esta relación establecemos la **igualdad** con los intereses:

$\frac{9.72 - 9.5491}{9.8975 - 9.5491} = \frac{i - 0.05}{0.06 - 0.05}$, despejando i obtenemos:

$i = 0.05 + 0.01 \left(\frac{0.1709}{0.3484} \right) = 0.549 \text{ ó } 5.49\%$

Respuesta:

Graficando al factor 9.72 le corresponde la tasa de interés de 5.49%.

EJERCICIO 6 (Tasa de rendimiento de una inversión)

Necesitamos saber el rendimiento sobre la inversión de UM 228,000, considerando el rendimiento de esta inversión como UM 32,000 al final de cada año durante 10 años.

Solución:

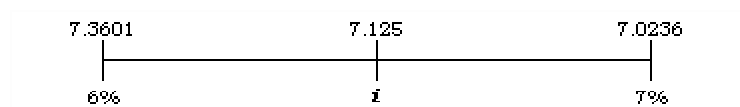
$$VA = 228,000; C = 32,000; n = 10; i = ?$$

T_2 $\frac{VA}{C}$ 1º Con la tabla, encontramos el factor:

$$T_2 \frac{228,000}{32,000} = 7.125$$

Aplicando el procedimiento establecido, en la tabla **T2**, ubicamos los factores 7.3601 y 7.0236 debajo de las columnas del 6% y 7% respectivamente.

2º Graficamos el ejercicio:



3º Interpolando, en forma similar al ejercicio anterior, obtenemos:

$$\frac{7.125 - 7.3601}{7.0236 - 7.3601} = \frac{i - 0.06}{0.07 - 0.06}, \text{ despejando } i \text{ tenemos:}$$

$$i = 0.06 + 0.01 \left(\frac{0.12351}{0.3365} \right)$$

$$i = 0.06 + 0.01(0.33725) = 0.0637 \text{ ó } 6.37\%$$

Respuesta:

El rendimiento de la inversión de UM 228,000 es de 6.37% anual.

EJERCICIOS DESARROLLADOS

Tasas de Interés

Ejercicio 7 (Tasa de interés real)

Calcule el interés real pagado en el año 89, si sabemos que la tasa efectiva anual cobrada por el banco en esa época era del 48%, la tasa de inflación anual era del 55%.

Solución:

$$= 0.55 \text{ anual; } i_{\text{real}} = ? \square \text{TEA} = 0.48;$$

$$[3] \quad i_{real} = \left(\frac{(1 + 0.48)}{(1 + 0.55)} - 1 \right) = -0.0452$$

Respuesta:

El interés real anual al año 89 fue negativo (-4.52%).

Ejercicio 8 (Tasa de interés corriente)

Si deseamos obtener la **rentabilidad** real del 12% anual, y estimamos la inflación acumulada como 10% en ese mismo período ¿A cuánto ascendería la tasa de interés ajustada por la inflación?

Solución:

= 0.10 anual; $i_c = ?$ $i = 0.12$;

$$[2] \quad i_c = \left((1 + 0.12) (1 + 0.10) - 1 \right) = 0.2320$$

Respuesta:

La tasa ajustada por la inflación o tasa de interés corriente (i_c) debe ser de 23.20% anual.

Ejercicio 9 (Tasa de interés real)

¿Cuál será la tasa de interés real, correspondiente a la tasa corriente efectiva anual de 28%, si durante este período la inflación fue del 15%?

Solución:

= 0.15; $i_c = 0.28$; $i = ?$

$$[3] \quad i = \left(\frac{(1 + 0.28)}{(1 + 0.15)} - 1 \right) = 0.1130$$

Respuesta:

Esto quiere decir, que en términos reales tenemos pérdidas en capacidad adquisitiva de $28\% - 11,30\% = 16,7\%$. La tasa de interés real es de 11.30%.

Ejercicio 10 (Tasas anuales)

Calcular las tasas anuales de: a) 5% semestral; b) 4% cuatrimestral; c) 7% trimestral; d) 3% mensual. Calculando las tasas anuales:

a) 5% semestral : $5\% * 2 = 10\%$ anual

b) 4% cuatrimestral : $4\% * 3 = 12\%$ anual

c) 7% trimestral : $7\% * 4 = 28\%$ anual

d) 3% mensual : $3\% * 12 = 36\%$ anual

Bibliografía

1. Administración Financiera, Van Horne James C., Prentice Hall, México
2. Administración Financiera de Empresas, Weston y Brigham, Interamericana, México
3. Administración Financiera Internacional, 6ta. Edición, Edit. Thomson Edit. Jeff Madura
4. Cálculo Con Aplicaciones a la Administración, Economía y Biología, Sullivan Mizrahi, UTEHA, México
5. Casos en Administración de negocios, ESAN, Mc Graw Hill, México
6. Criterios de Evaluación de Proyectos, Sapag Chain Nassir, Mc Graw Hill, España
7. Compendio de Matemáticas Financieras en la Evaluación de Proyectos, Ratios Financieros y Aritmética de la Mercadotecnia., César Aching G., 1º Edición CJA Ediciones, Lima - Perú
8. Curso de Matemáticas Financieras, Aula Fácil.com
9. Diccionario de Economía y Finanzas, Carlos Sabino Editorial Panapo, Caracas 1991.
10. Enciclopedia Encarta 2004, Microsoft Corporation
11. Evaluación de Proyectos, Baca Urbina Gabriel, Mc Graw Hill, Colombia
12. Evaluación estratégica de proyectos de inversión, Kafka Kiener Folke, Universidad del Pacífico, Lima - Perú
13. Facilidades Financieras de Excel, Gutiérrez Carmona Jairo, Universidad Externado, Colombia
14. Fundamentos Matemáticos y Cálculo Financiero, Márquez Yévenes Jorge W., Universidad de Concepción, Bolivia

15. Guía Completa de **Microsoft Excel 2000**, Dodge M. Y Craig Stinson, Mc Graw Hill, México
16. Guía informativa sobre Negocios en el Perú, Pricewaterhouse Coopers en Perú, 2002
17. Ingeniería Económica, Blank y Tarquin, Mc Graw Hill, Colombia
18. Ingeniería Económica, **Taylor A. George** , Limusa, México
19. Introducción al **riesgo** país, Santiago J. Alvarez, webmaster_alvarez@yahoo.com
20. La tasa de interés y sus principales determinantes, Richard Roca, Universidad Nacional Mayor de San Marcos
21. Las Matemáticas Financieras en el Campo de los Negocios, César Aching G., Prociencia y **Cultura S.A.**, Lima - Perú
22. Lecturas: **Gerencia** Financiera I y II, ESAN - PADE **Administración**
23. Lecturas: Métodos Cuantitativos, ESAN - PADE Mercadotecnia
24. Macroeconomía, Parkin Michael , Addison-Wesley Iberoamericana, USA.
25. Manual de Matemáticas Financieras, Moore J.H. UTEHA, México
26. Matemáticas Financieras, Ayres, Jr. Frank. Mc Graw Hill, México
27. Matemáticas para Directivos de Empresa y Economistas, Lyman C. Peck, Pirámide, Madrid
28. Serie de Matemáticas para la Dirección de Negocios (Tomo II) Springer, Herlihy, Beggs, UTEHA, México
29. Texto modelo sobre **problemas sociales**, económicos y ambientales. **Programa de Educación** para el **Desarrollo** del Instituto del Banco Mundial

URLs Consultados:

http://www.gestiopolis.com/recursos/documentos/fulldocs/fin/fin_basaplij.htm

TALLER DE FINANZAS BÁSICAS APLICADAS

<http://www.gestiopolis.com/recursos/experto/catsexp/pagans/fin/no4/matfrs.htm>

PIPE

<http://www.gestiopolis.com/canales/financiera/articulos/22/cauetio.htm>

EVALUACIÓN DE ALTERNATIVAS DE INVERSIÓN: ANÁLISIS MATEMÁTICO Y FINANCIERO DE PROYECTOS (I, II, III, IV y V)

<http://www.gestiopolis.com/canales/financiera/articulos/no%205/interesalinteres.htm>

HAY QUE PONERLE MUCHO INTERÉS AL INTERÉS

<http://www.monografias.com/>

VARIOS

<http://www.google.com/custom?sitesearch=gestiopolis.com&q=MATEMATICAS+FINANCIERAS&domains=gestiopolis.com&hl=es&cof=GALT%3A%230066CC%3BGL%3A1%3BDIV%3A%23FF9900%3BVLC%3A336633%3BAH%3Acenter%3BBGC%3AFFFFF%3BLBGC%3A999999%3BALC%3A000000%3BLC%3A000000%3BT%3A0066CC%3BGFNT%3A666666%3BGIMP%3A666666%3BFORID%3A1%3B&oe=ISO-8859-1&ie=ISO-8859-1&forid=1&client=pub-2753881743271989>

VARIOS

Referencias URL

[URL 1] [Decisiones de inversión \(CEJA, 4ª ed. 2004\)](#)

[URL 2] http://www.antroposmoderno.com/antroposmoderno/articulo.php?id_articulo=441

TRANSFORMACIÓN DE LA MERCANCIA EN DINERO (Teoría del Valor de **MARX**)

[URL 3] <http://www.gestiopolis.com/Canales4/eco/dinemo.htm>

DINERO, MONEDA Y FINANZAS (La ley del valor de Marx)

[URL 4]

<http://aulaempresarial.com.ar/auladigital/003/eldinero.html>

EL DINERO Y LA POLÍTICA MONETARIA

[URL 5] <http://www.sbs.gob.pe/PortalSBS/infpublico/faq.htm>

PREGUNTAS FRECUENTES

[URL 6] <http://www.matematicas-financieras.com/>

MANUAL DE MATEMATICAS FINANCIERAS

[URL 7]

<http://www.bcrp.gob.pe/Espanol/WPublicaciones/Revista/RevAgo98/JorMor.pdf>

CALIFICACION DE RIESGO PAIS

[URL 8] <http://www.monografias.com/trabajos13/ripa/ripa.shtml>

RIESGO PAÍS, Santiago J. Álvarez

[URL 9] <http://www.gestiopolis.com/canales5/fin/espefina.htm>

<http://www.monografias.com/trabajos25/especulacion-financiera/especulacion-financiera.shtml>

ESPECULACION FINANCIERA Y DESARROLLO ECONOMICO

Por: **César Aching Guzmán**

cesaraching@arroba@yahoo.es

Página personal: <http://cesaraching.blogspot.com/>

<http://es.geocities.com/cesaraching/>

El presente trabajo forma parte del capítulo I de la obra de mi autoría: LAS MATEMATICAS FINANCIERAS PARA TOMA DE DECISIONES EMPRESARIALES, cuyos capítulos los iré difundiendo gratuitamente a través de Internet, en archivos Word y en impresión digital PDF, en portales tan importantes como gestiopolis.com, monografias.com, y [El Prisma.com](http://ElPrisma.com),.

La revisión técnica de la obra estuvo a cargo del [Ing. Jorge L. Aching Samatelo](#), conforman el equipo de edición:

COORDINACION GENERAL [MARLENE SAMATELO VALDIVIA](#)

DISEÑO CARATULA ANGELA BONINO VELA OCHAGA

DISEÑO Y DIAGRAMACION MARIA VICTORIA ANGULO

JOHNSON

PROCESO DIGITAL [CESAR ACHING SAMATELO](#)

PAULA ENITH ACHING DIAZ